

FÍSICA 1E



Aula 5: Movimento bidimensional

Professor: Ricardo de Sousa, Departamento de Física, UFAM

Turmas 1: Ciência da Computação

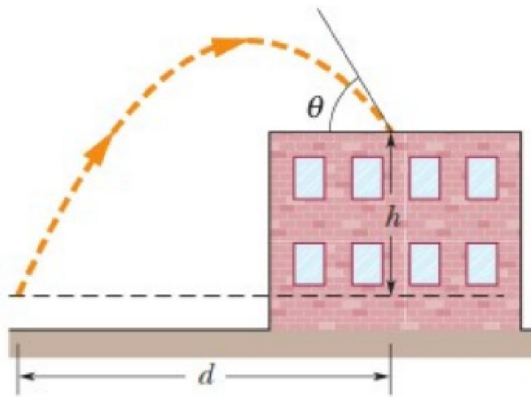
Site: <http://fisica1ricardoufam.webnode.com>

Facebook: Fisica1Ricardo

E-mail: jsousa@ufam.edu.br

Manaus-2021

1 Uma bola é lançada sobre um telhado a uma altura $h = 20$ m e leva 4 s para atingir o teto. A bola atinge o telhado formando um ângulo $\theta = 60^\circ$ com a horizontal, conforme está ilustrado na figura abaixo. Calcule: a) a distância d , b) a velocidade inicial e o ângulo de lançamento.



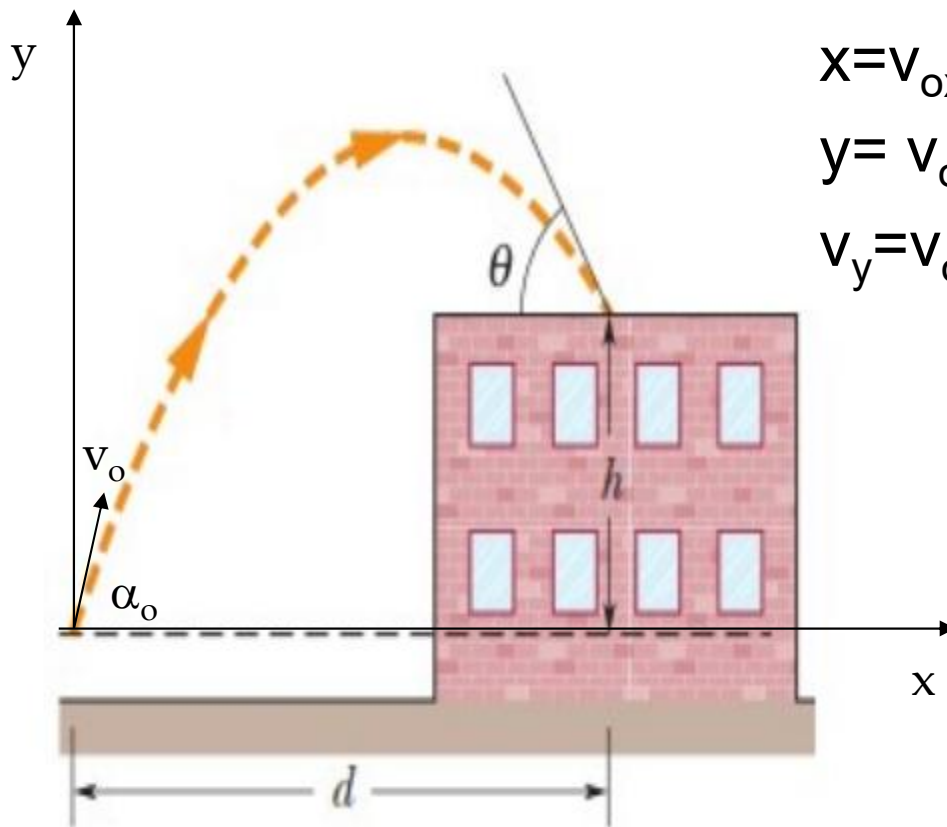
$$x - x_0 = v_{x0}t$$

$$y - y_0 = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

2 Uma bola é lançada a partir do solo. Quando ela atinge uma altura de 9,1 m sua velocidade é $\vec{v} = (7,6 \vec{i} + 6,1 \vec{j})$ m/s. a) Qual é a altura máxima atingida pela bola? b) Qual é a distância horizontal coberta pela bola? Quais são c) o módulo e d) o ângulo (abaixo da horizontal) da velocidade da bola no instante em que atinge o solo?

3 -O chute de um jogador de futebol americano imprime à bola uma velocidade de 25 m/s. Quais são a) o menor e b) o maior ângulo de elevação que ele pode imprimir à bola para marcar um *field goal*¹ a partir de um ponto situado a 50 m da meta, cujo travessão está 3,44 m acima do gramado?

2-Uma bola é lançada sobre um telhado a uma altura $h = 20$ m e leva 4 s para atingir o teto. A bola atinge o telhado formando um ângulo $\theta = 60^\circ$ com a horizontal, conforme está ilustrado na figura abaixo. Calcule: a) a distância d , b) a velocidade inicial e o ângulo de lançamento.



$$x = v_{ox} t; \quad v_x = v_{ox}$$

$$y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 = v_{oy} t - 5 t^2$$

$$v_y = v_{oy} - g t = v_{oy} - 10 t$$

(d, v_{ox}, v_{oy}) -incógnitas
No telhado teremos ($t=4$ s)

$$(1) x = 4 v_{ox} = d$$

$$(2) y = 4 v_{oy} - 80 = h = 20 \text{ m}$$

$$v_{oy} = 25 \text{ m/s}$$

$$(3) v_y = v_{oy} - 10 t = 25 - 40 = -15 \text{ m/s}$$

$$\tan \theta = \frac{|v_y|}{v_x} = \frac{15}{v_{ox}} = \sqrt{3}$$

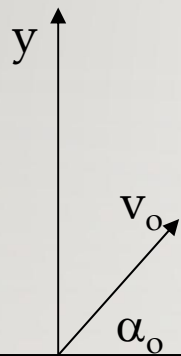
$$v_{ox} = 8,7 \text{ m/s}$$

$$a) d = 4 v_{ox} = 34,6 \text{ m}$$

$$b) \tan \alpha_o = \frac{v_{oy}}{v_{ox}} = \frac{25}{8,7} = 2,87$$

$$b) \alpha_o = 70,8^\circ$$

11-Uma bola é lançada a partir do solo. Quando ela atinge uma altura de 9,1 m sua velocidade é $\vec{v} = (7,6 \vec{i} + 6,1 \vec{j})$ m/s. a) Qual é a altura máxima atingida pela bola? b) Qual é a distância horizontal coberta pela bola? Quais são c) o módulo e d) o ângulo (abaixo da horizontal) da velocidade da bola no instante em que atinge o solo?



$$v_x = v_{ox} = 7,6 \text{ m/s}; x = 7,6t; y = y_o + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_{oy}t - 5t^2$$

$$v_y = v_{oy} - gt = v_{oy} - 10t$$

Para $y = 9,1 \text{ m}$ $v_x = 7,6 \text{ m/s}$, $v_y = 6,1 \text{ m/s}$

$$y = v_{oy}t - 5t^2 = 9,1 \text{ m}$$

$$v_y = v_{oy} - 10t = 6,1 \text{ m/s}$$

$$v_{oy} = 10t + 6,1$$

$$5t^2 + 6,1t - 9,1 = 0$$

$$t_1 = -2,1 \text{ s}$$

$$t_2 = 0,9 \text{ s}$$

$$v_{oy} = 15,1 \text{ m/s}$$

a) $v_y^2 = v_{oy}^2 - 2g(y - y_o)$ $y = y_{\text{max}}, v_y = 0: v_{oy}^2 - 20y_{\text{max}} = 0$

b) $v_y = v_{oy} - gt_s = 0$ $t_s = 1,5 \text{ s}$

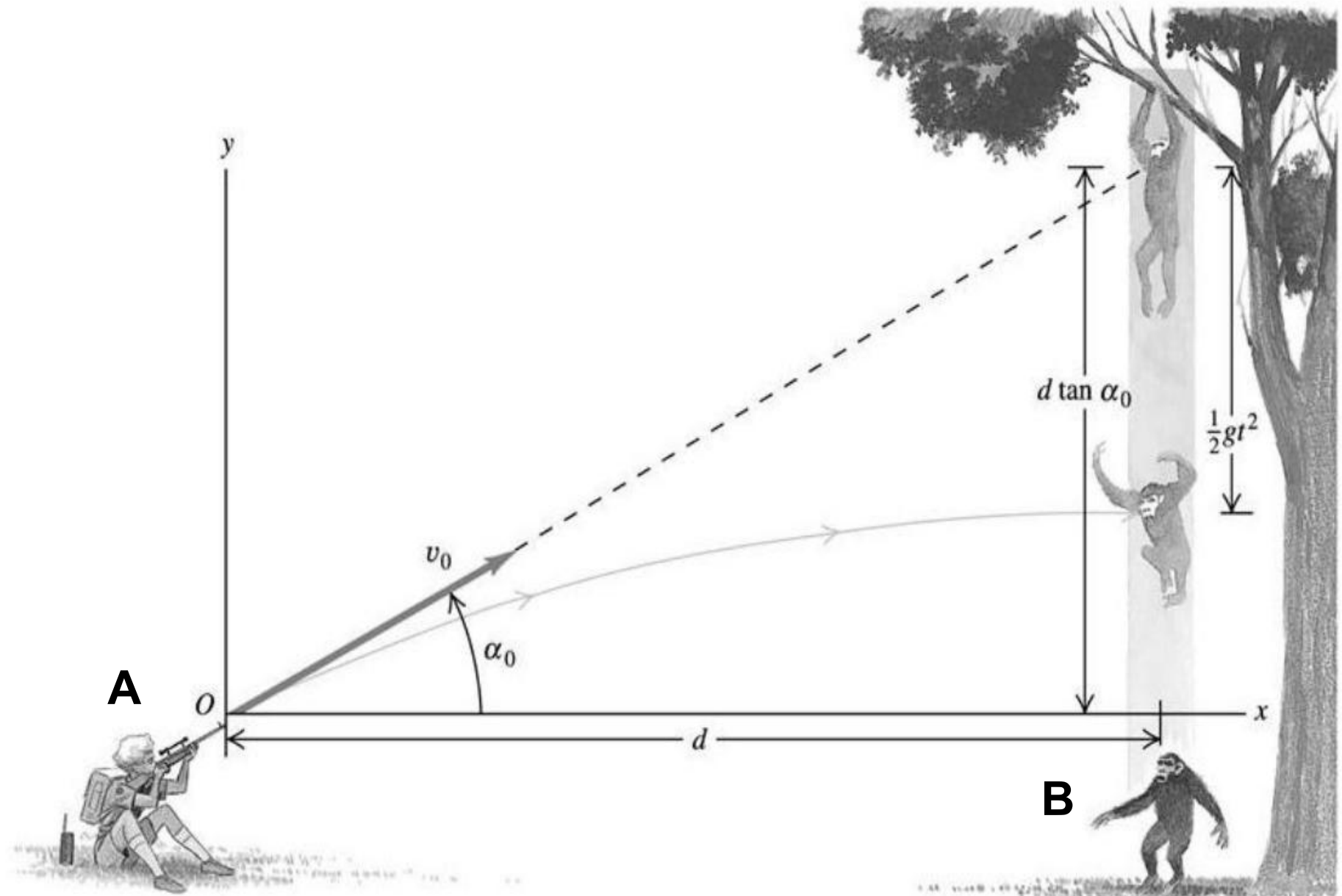
$$x(t = 2t_s) = R = 7,5(2t_s) = 22,5 \text{ m}$$

c) $v_y = v_{oy} - g(2t_s) = -14,9 \text{ m/s}$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 16,73 \text{ m/s}$$

d) $\tan \alpha_o = \frac{v_{oy}}{v_{ox}} = \frac{15,1}{7,6} = 2,0$

Atirando num alvo em queda livre



Projétil

$$x_A = v_{ox} t$$

$$y_A = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2$$

Macaco

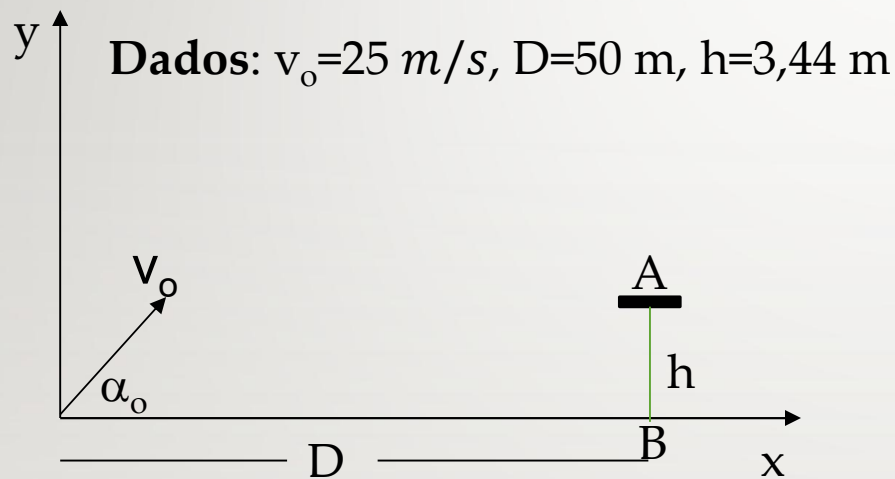
$$x_B = d$$

$$y_B = H - \frac{1}{2} g t^2$$

Condição para o projétil atingir o alvo

$$\left. \begin{array}{l} x_A = x_B \\ y_A = y_B \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_{ox} t = d \\ v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 = \\ H - \frac{1}{2} g t^2 \end{array} \right. \rightarrow \frac{v_{oy}}{v_{ox}} = \tan \alpha_o = \frac{H}{d}$$

15-O chute de um jogador de futebol americano imprime à bola uma velocidade de 25 m/s. Quais são a) o menor e b) o maior ângulo de elevação que ele pode imprimir à bola para marcar um *field goal*¹ a partir de um ponto situado a 50 m da meta, cujo travessão está 3,44 m acima do gramado?



Equações horárias

$$x = v_{0x} t$$

$$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = (\tan \alpha_0) x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2$$

Maior ângulo-alcançar o ponto A
($x = D$, $y = h$)

$$3,44 = 50 \tan \alpha_0 - \frac{20}{\cos^2(\alpha_0)} x$$

$$\alpha_{0\text{max}} = 32^\circ$$

Menor ângulo-alcançar o ponto B
($x = D = R$, $y = 0$)

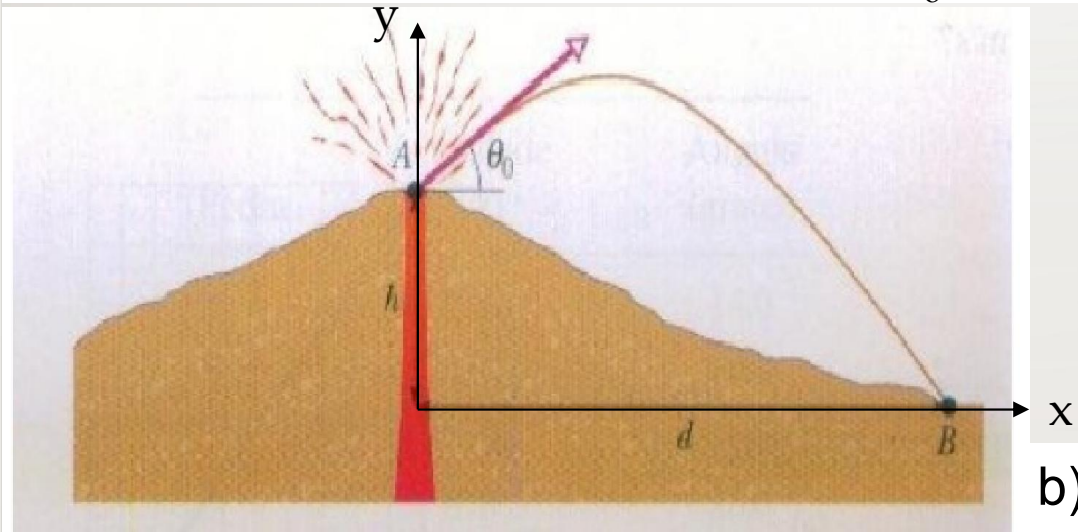
$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$$

$$\sin(2\alpha_0) = 0,8$$

$$\alpha_{0\text{min}} = 26,6^\circ$$

18-Durante as erupções vulcânicas, grandes pedaços de pedra podem ser lançados para fora do vulcão; esses projéteis são conhecidos *bombas vulcânicas*. Na figura abaixo mostra uma seção transversal do monte Fuji, no Japão. a) Com que velocidade inicial uma bomba teria que ser lançada, com um ângulo $\theta_o = 35^\circ$ em relação à horizontal, a partir da cratera A, para cair no ponto B, a uma distância vertical $h = 3,30$ km e a uma distância horizontal $d = 9,40$ km? Ignore o efeito do ar sobre o movimento da bomba. b) Qual seria o tempo do percurso? c) O efeito do ar aumentaria ou diminuiria a resposta do item a)?

Dados: $\theta_o=35^\circ$, $d=9,4$ km, $h=3,3$ km



Equações horárias

$$x = v_{ox}t$$

$$y = h + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

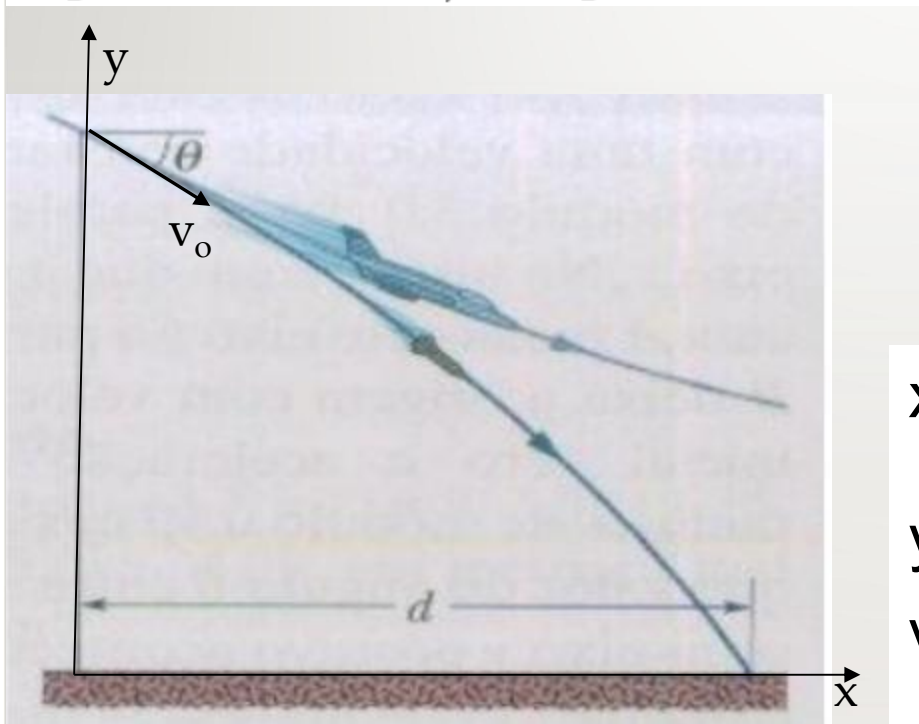
$$y = h + \tan\theta_o x - \frac{g}{2v_{ox}^2} x^2$$

b) No ponto B, teremos $x=d$ e $y=0$
 $x=9400=211,4t$
 $t=44,5$ s

a) No ponto B, teremos $x=d$ e $y=0$
 $0 = 3300 + 6582 - \frac{21019^2}{v_{ox}^2}$

$v_{ox} = v_o \cos 35^\circ = 211,4 \text{ m/s}$ \longrightarrow **$v_o = 258,1 \text{ m/s}$**

10-Um certo avião tem uma velocidade de 290,0 km/h e está mergulhando com um ângulo $\theta = 30^\circ$ abaixo da horizontal quando o piloto libera um chamariz. A distância horizontalmente entre o ponto de lançamento e o ponto onde o chamariz se choca é $d = 700$ m. a) Quanto tempo o chamariz passou no ar? b) De que altura foi lançado?



Condições iniciais ($t=0$)

$$x_0=0; v_{ox}=v_0\cos\theta=70,0 \text{ m/s}$$

$$y_0=H; v_{oy}=-v_0\sin\theta=-40,3 \text{ m/s}$$

$$x=v_{ox}t=70t; \quad v_x=v_{ox}=70,0 \text{ m/s}$$

$$y=y_0+v_{oy}t-\frac{1}{2}gt^2=H-40,3t-5t^2$$

$$v_y=v_{oy}-gt=40,3-10t$$

No solo teremos

$$a) x=70t=700 \text{ m} \longrightarrow t=10 \text{ s}$$

$$b) y=H-40,3t-5t^2=0 \longrightarrow H=903 \text{ m}$$