

# FÍSICA 1E



## Aula 4: Movimento bidimensional

**Professor:** Ricardo de Sousa, Departamento de Física, UFAM

**Turmas 1:** Ciência da Computação

**Site:** <http://fisica1ricardoufam.webnode.com>

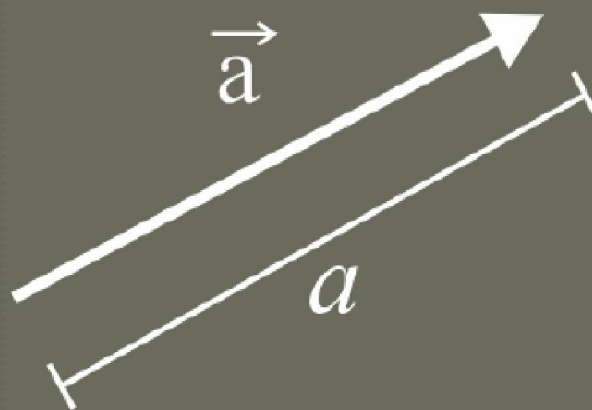
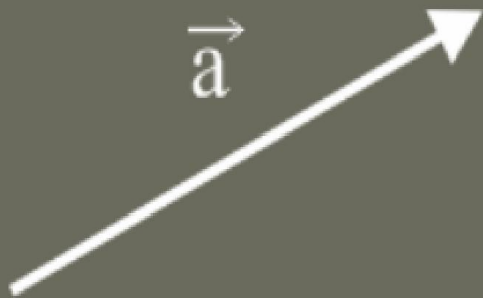
**Facebook:** Fisica1Ricardo

**E-mail:** jsousa@ufam.edu.br

Manaus-2021

# Vetores

Vetores são segmentos de reta orientados, que possuem módulo, direção e sentido.

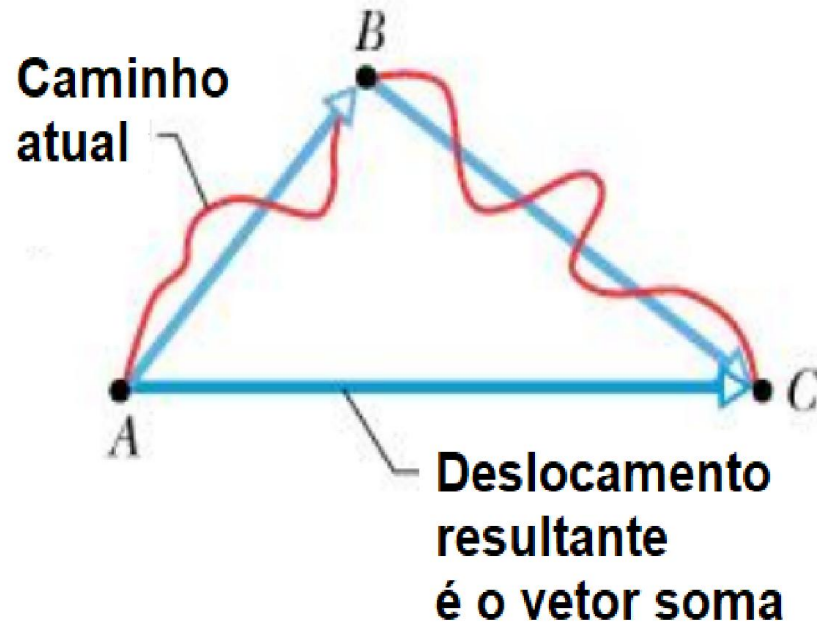
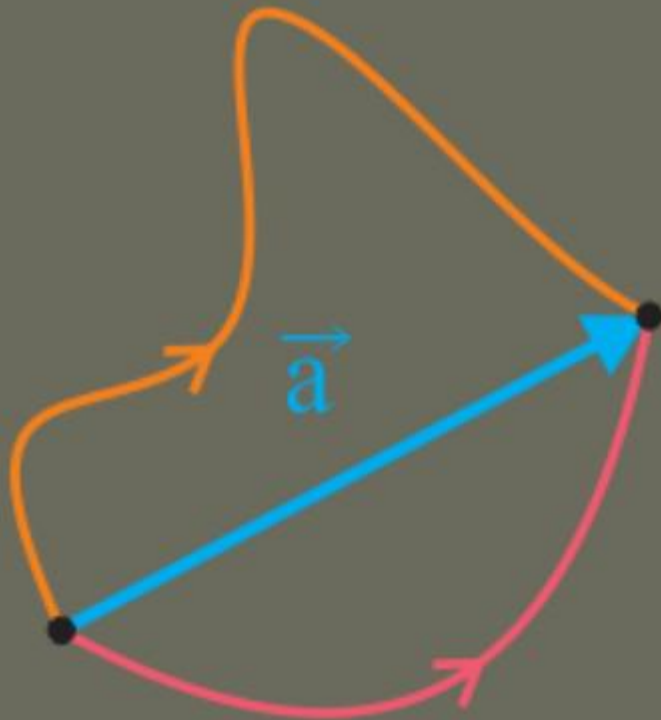


$$|\vec{a}| \propto a$$

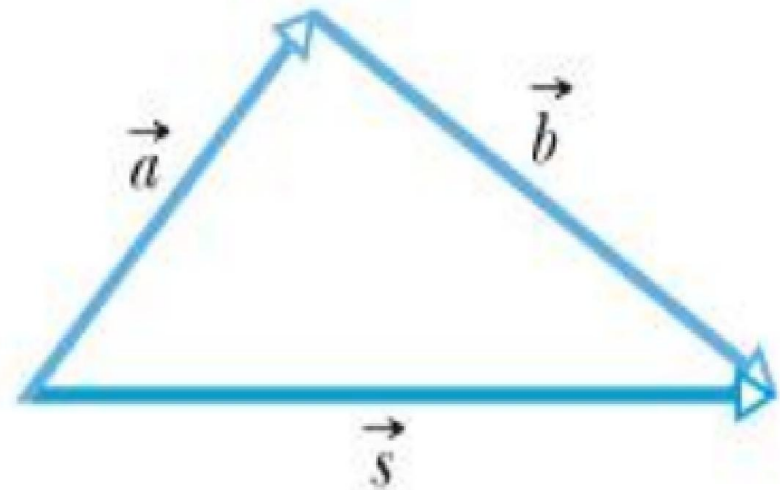
Os três vetores acima são iguais

O módulo de um vetor é proporcional ao seu comprimento.

# Exemplo de vetor: Vetor deslocamento

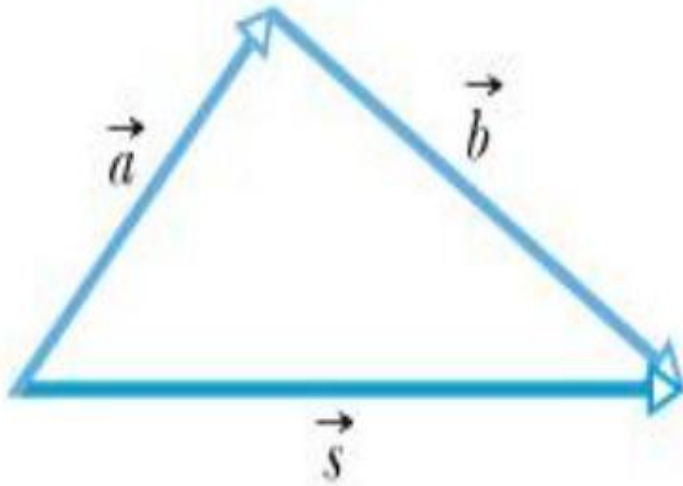


O vetor deslocamento parte do ponto inicial e termina no ponto final da trajetória.

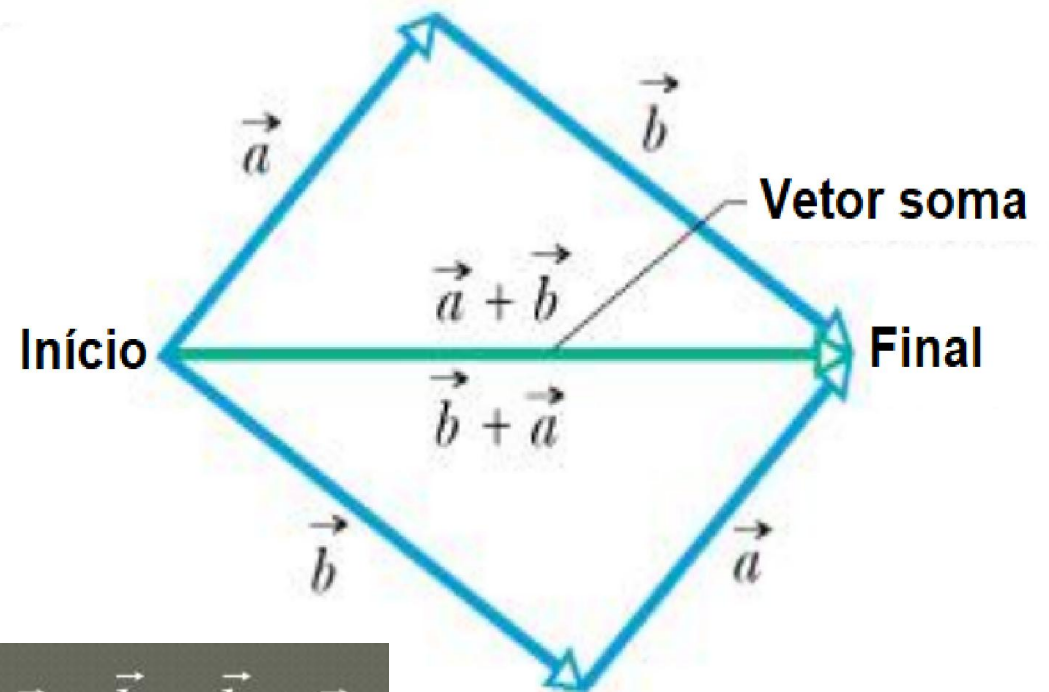


# Soma de vetores

## Propriedade comutativa

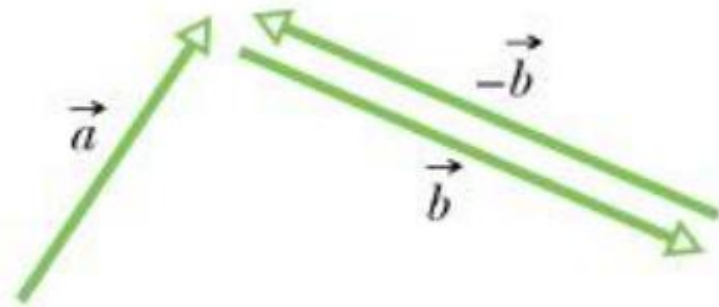
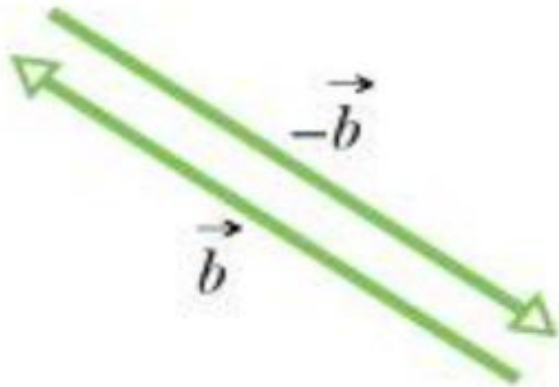


$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$$



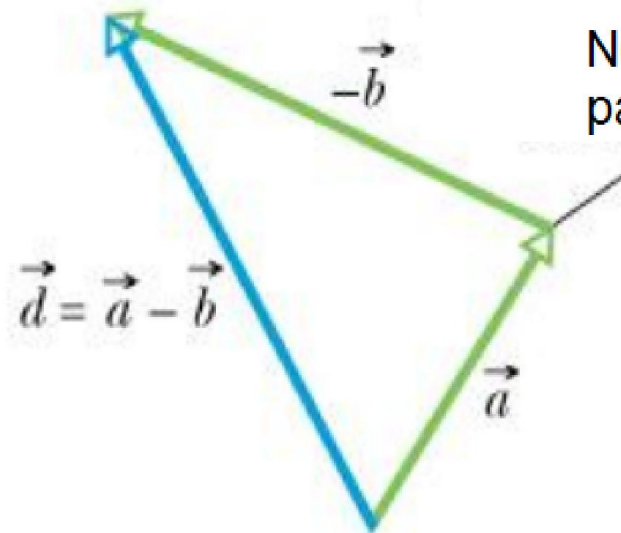
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

# Subtração de vetores



(a)

Invertendo-se o sentido do vetor,  
seu sinal muda



Note o arranjo cabeça-cauda  
para adição

(b)

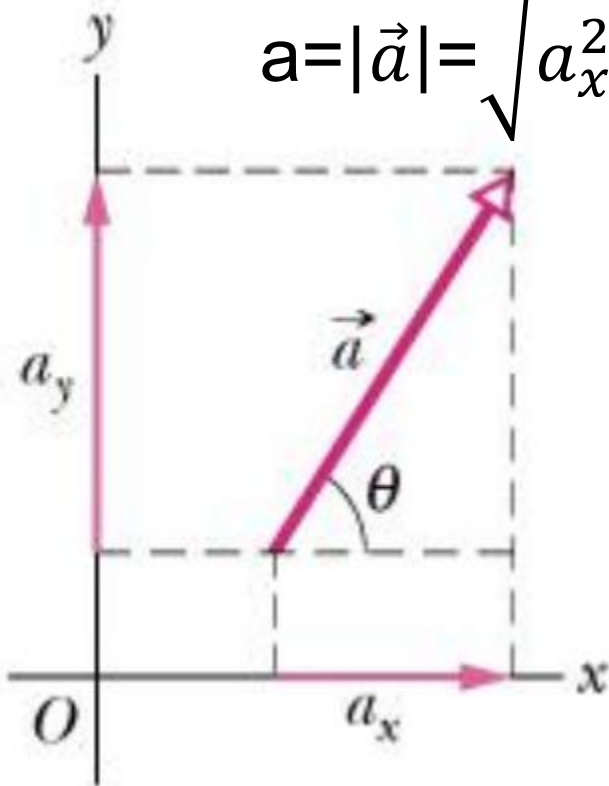
# Componentes dos vetores

Os componentes de um vetor são obtidas por meio da projeção do vetor sobre os eixos do sistema de referência.

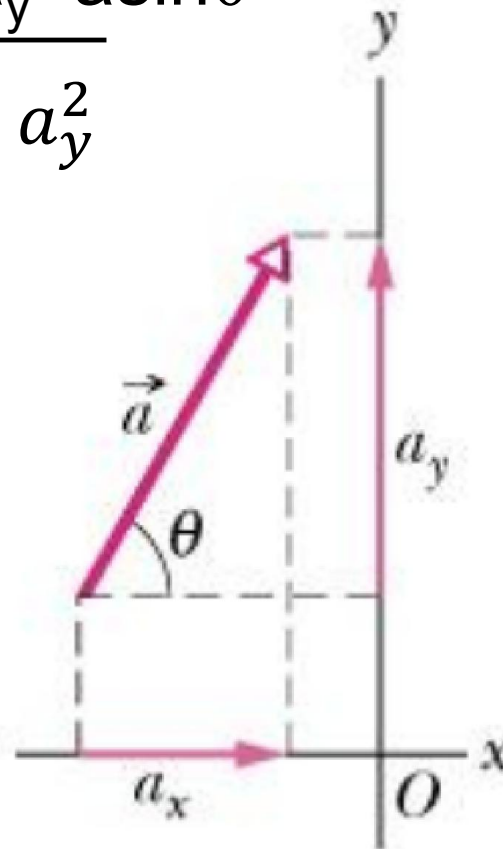
$$a_x = a \cos \theta$$

$$a_y = a \sin \theta$$

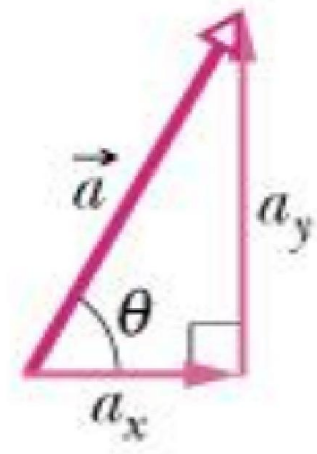
$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$



(a)



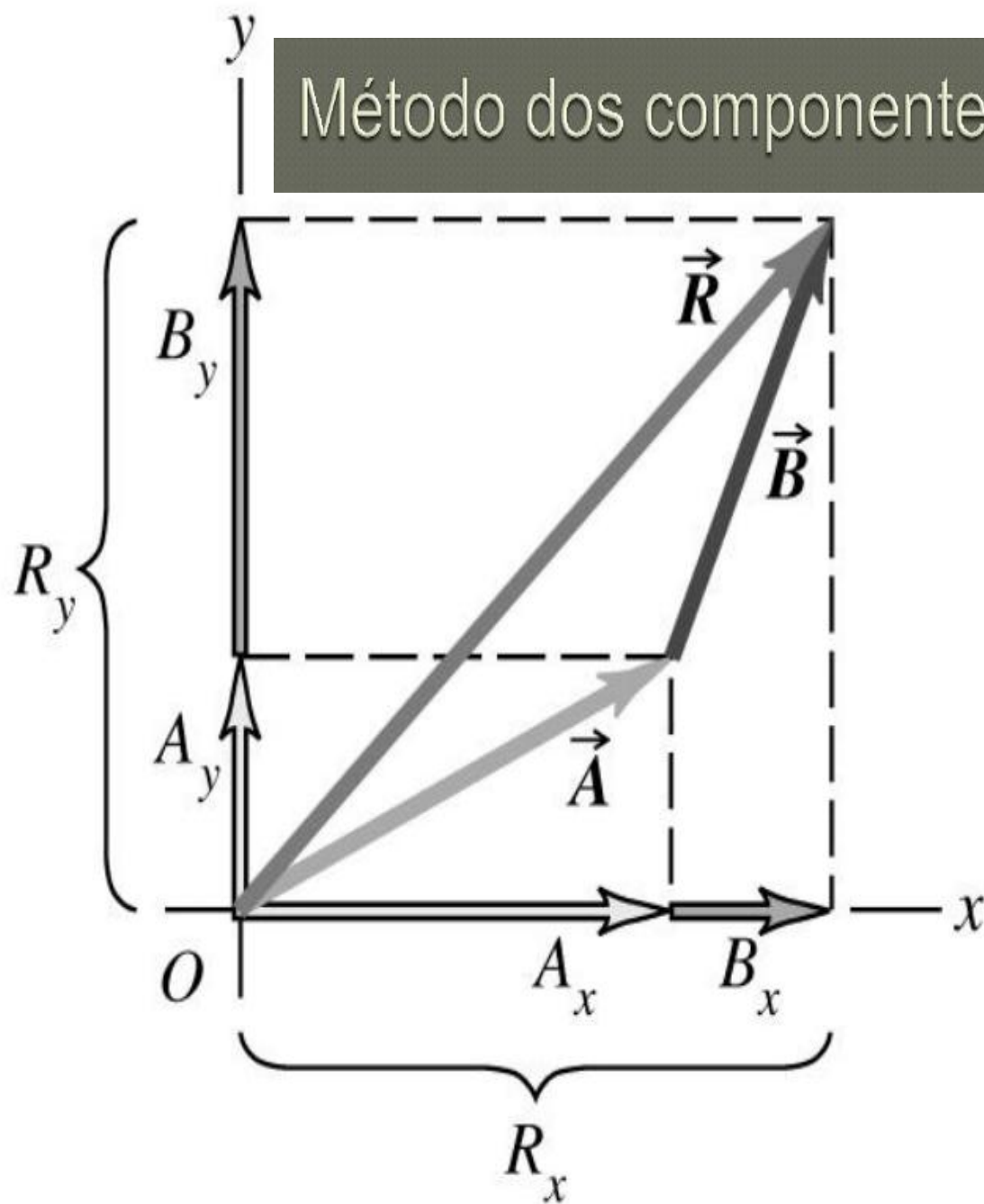
(b)



(c)

# Soma vetorial

Método dos componentes

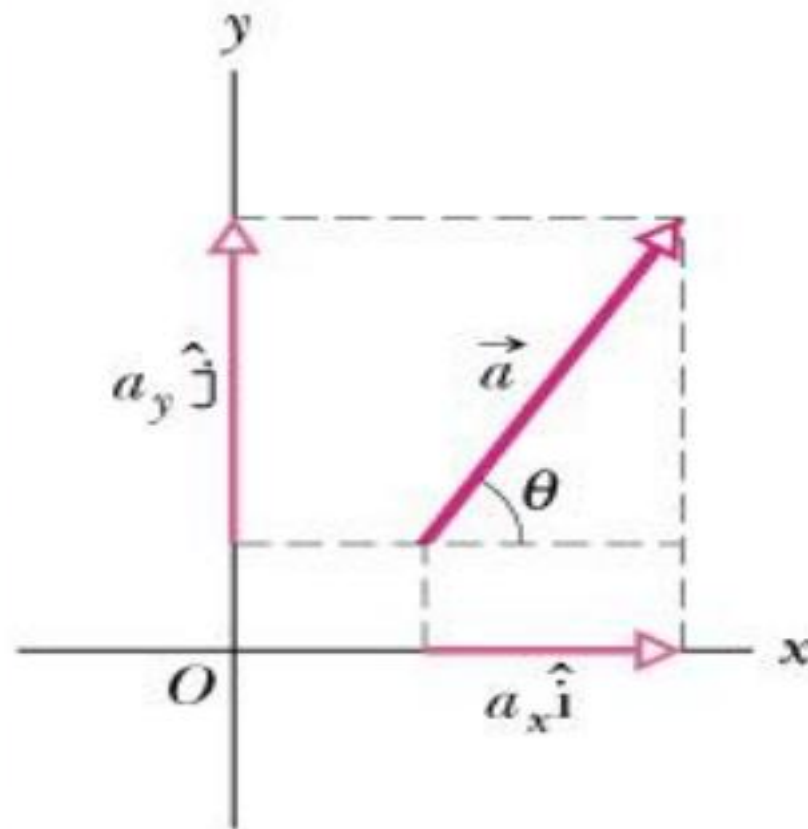
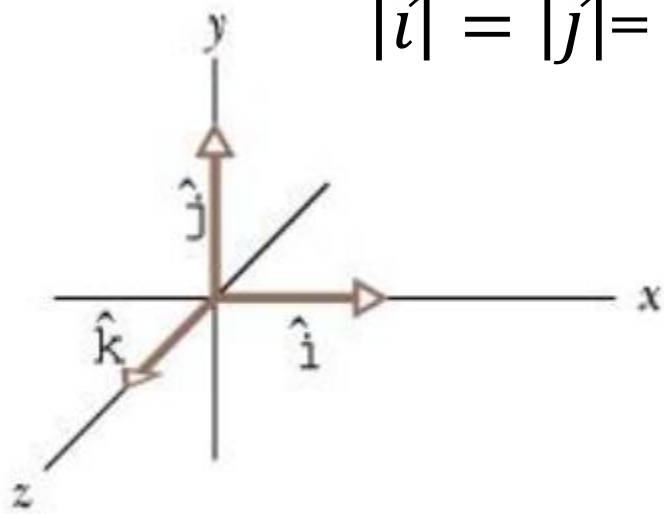


$$R_x = A_x + B_x$$

$$R_y = A_y + B_y$$

# Vetores unitários

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$



$$a_x = a \cos \theta$$

$$a_y = a \sin \theta$$

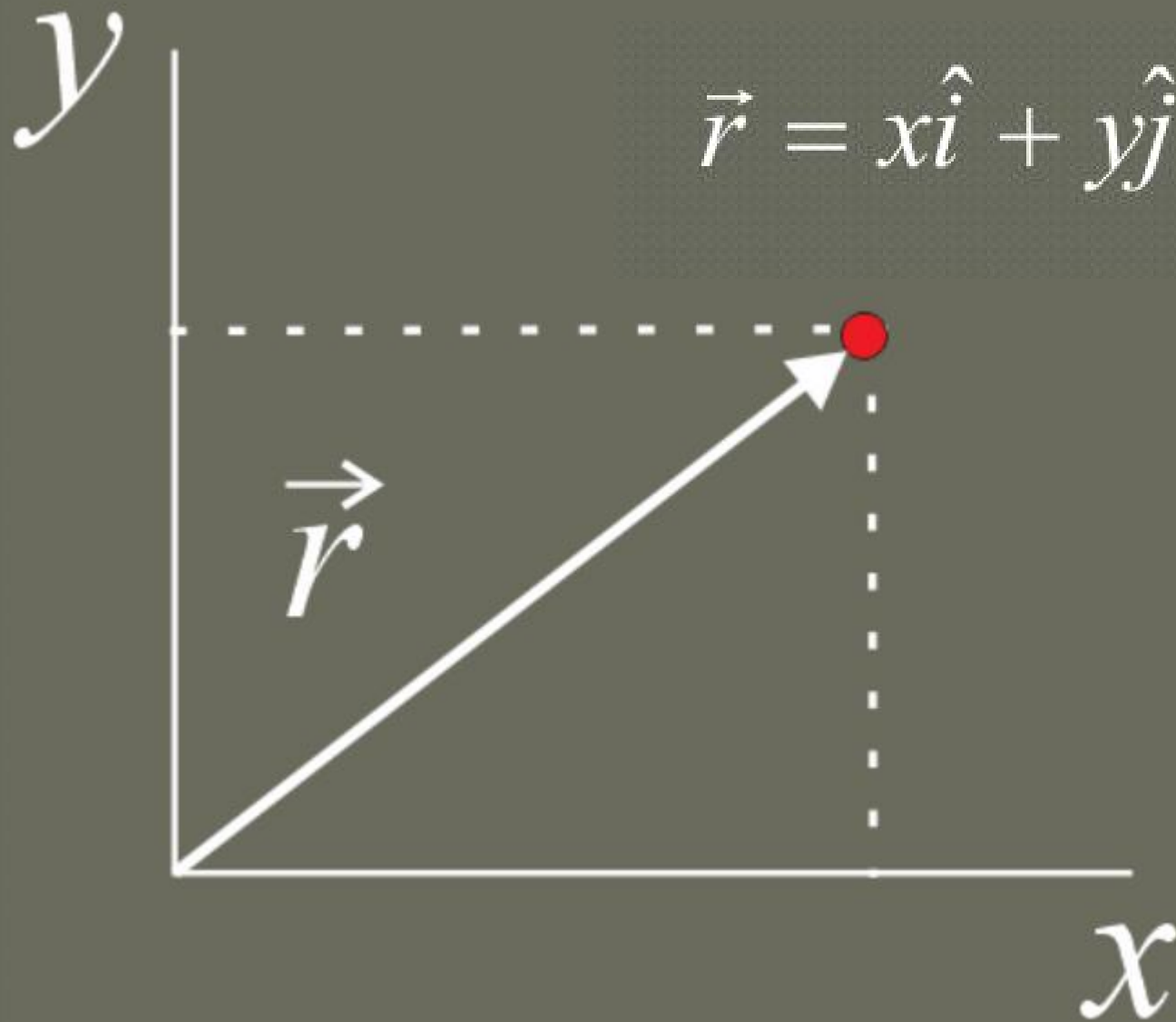
$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j}$$

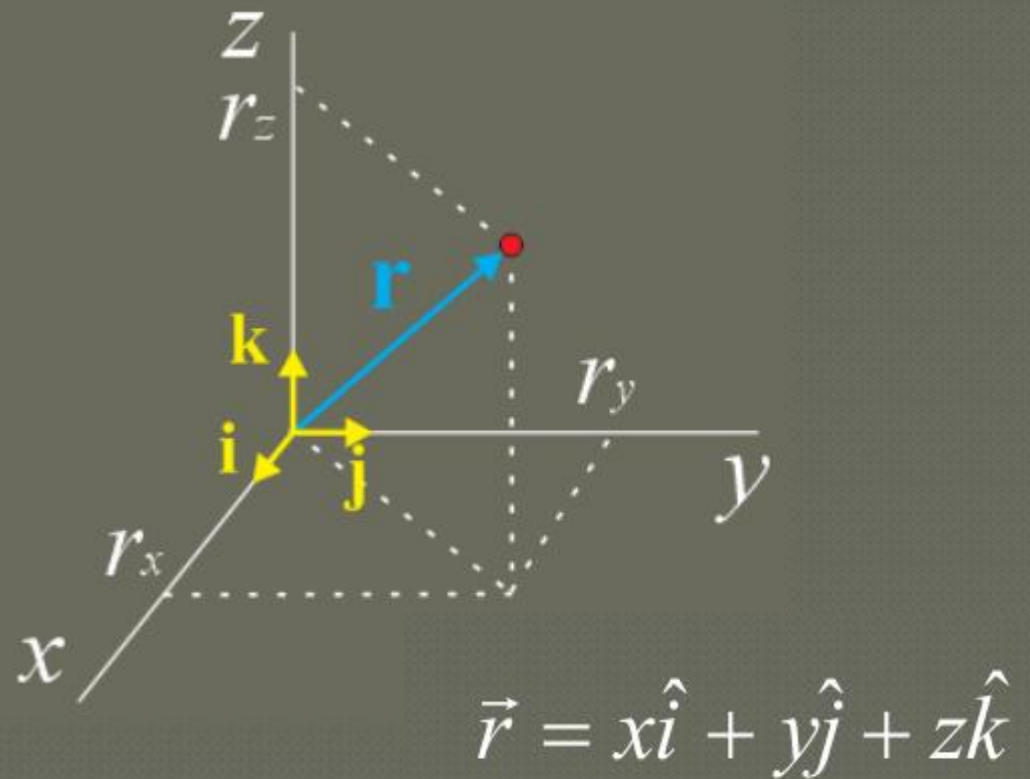
$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$



# Posição de objetos no plano

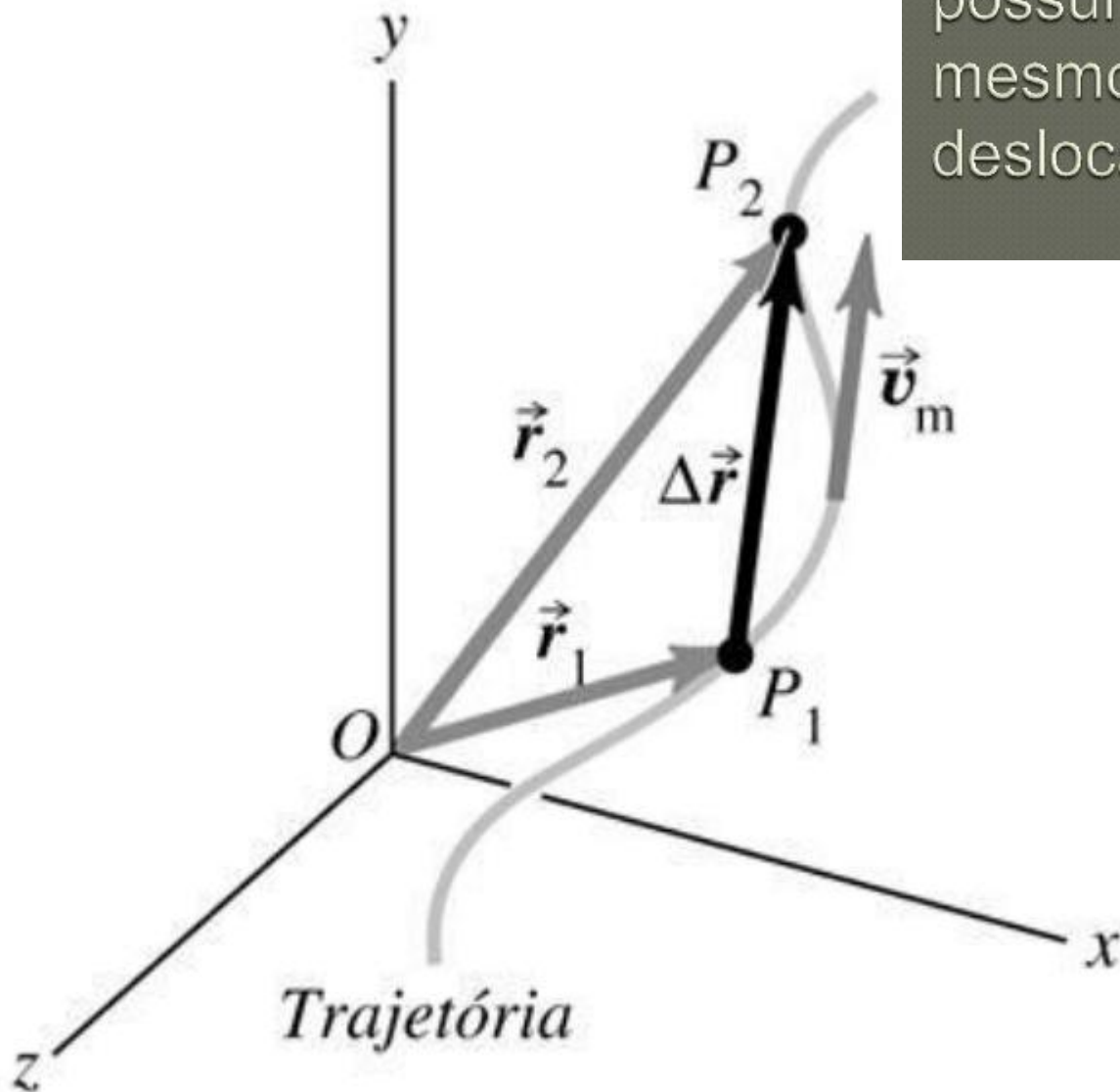


# Posição de objetos no espaço



# Deslocamento e velocidade média

O vetor velocidade média possui a mesma direção e o mesmo sentido do vetor deslocamento.



$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

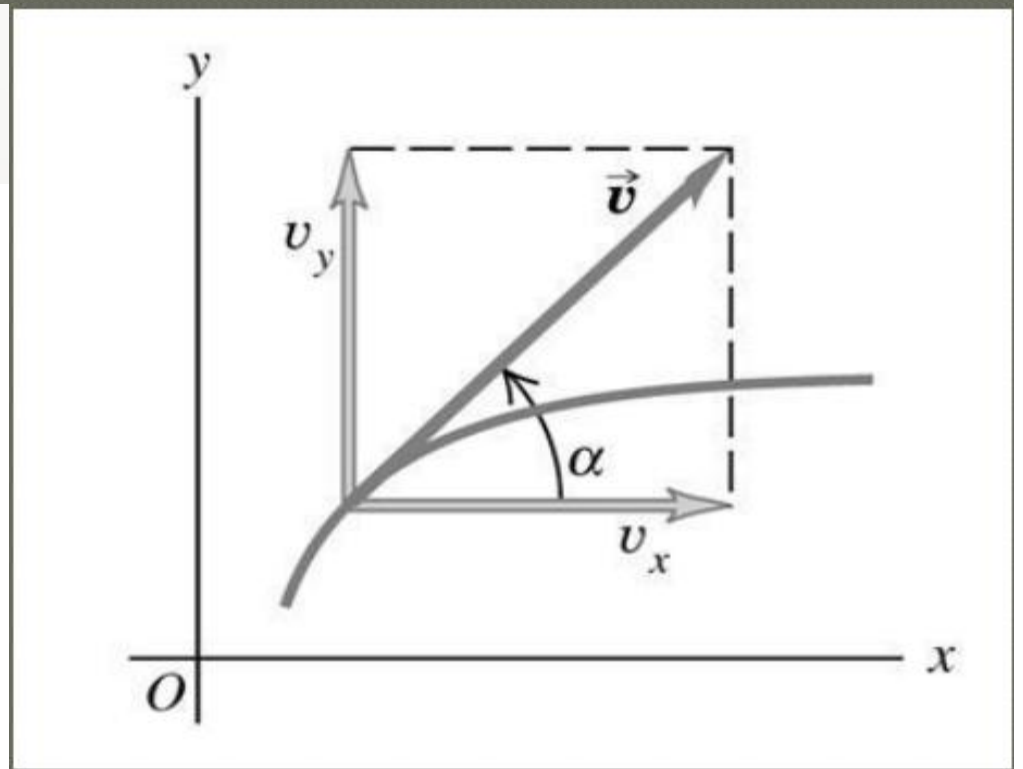
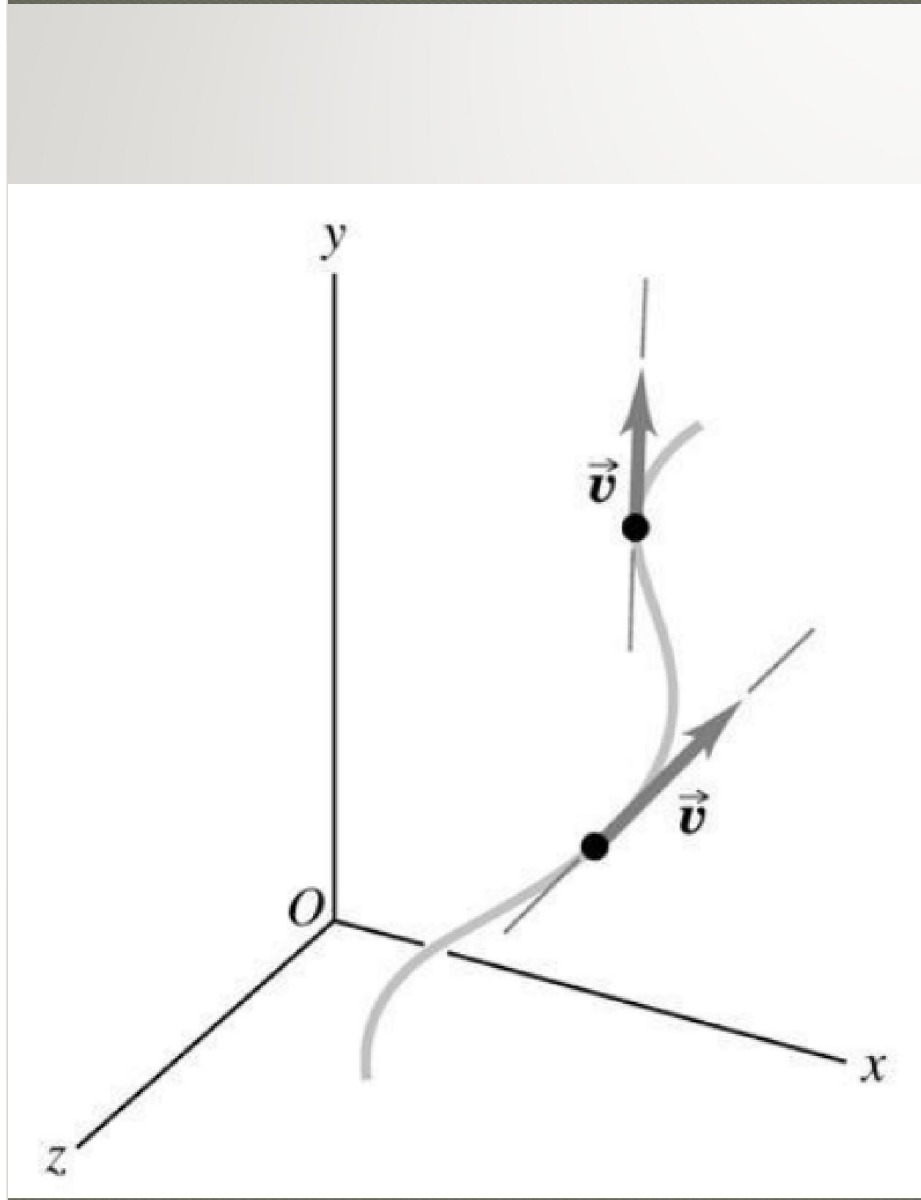
# Velocidade instantânea

A velocidade instantânea num ponto é o limite da razão entre um deslocamento feito a partir do ponto e o intervalo de tempo decorrido no deslocamento, quando o intervalo de tempo tende a zero.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}_{t+\Delta t} - \vec{r}_t}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$$

$\frac{d\vec{r}}{dt}$  é a *derivada primeira* da função  $\vec{r}(t)$  em relação a  $t$ .

A velocidade instantânea  $\vec{v}$  em cada ponto é tangente à trajetória no referido ponto.



$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

# Aceleração média

$$\vec{a}_{m,AB} = \frac{\Delta \vec{v}_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{\vec{v}_B - \vec{v}_A}{t_B - t_A}$$

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

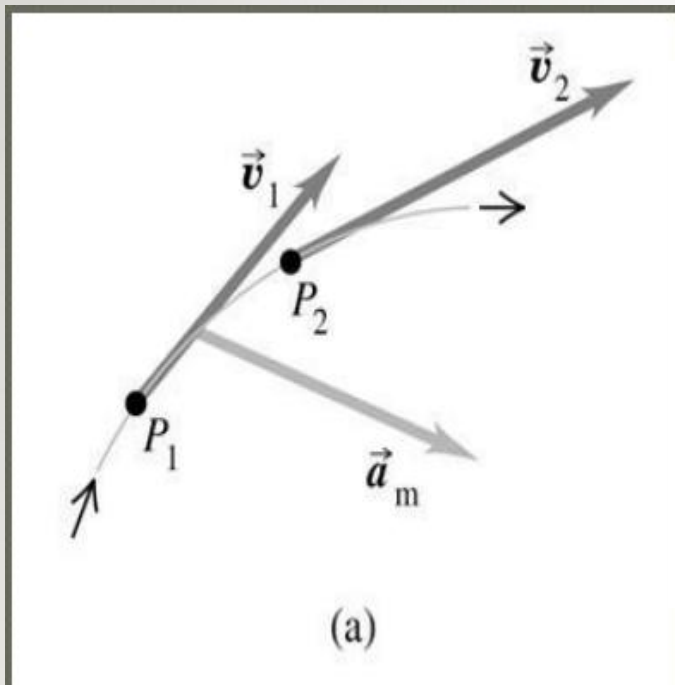
# Aceleração instantânea

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}_{t+\Delta t} - \vec{v}_t}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$\frac{d\vec{v}}{dt}$  é a **derivada primeira** da função  $\vec{v}(t)$  em relação a  $t$ .

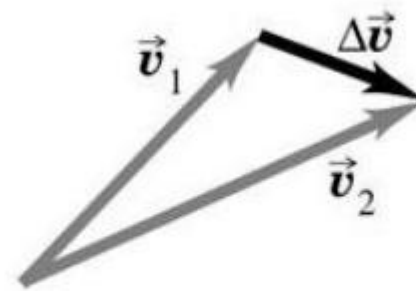
$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$  é a **derivada segunda** da função  $\vec{r}(t)$  em relação a  $t$ .

# Aceleração média e aceleração instantânea



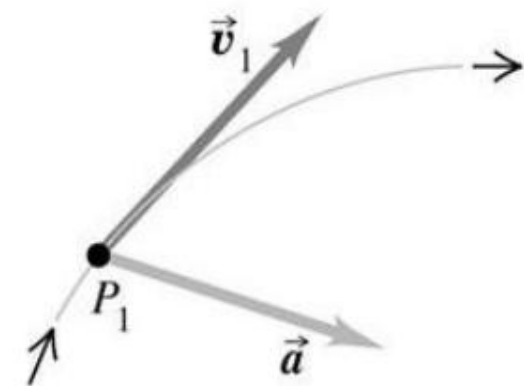
(a)

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



(b)

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

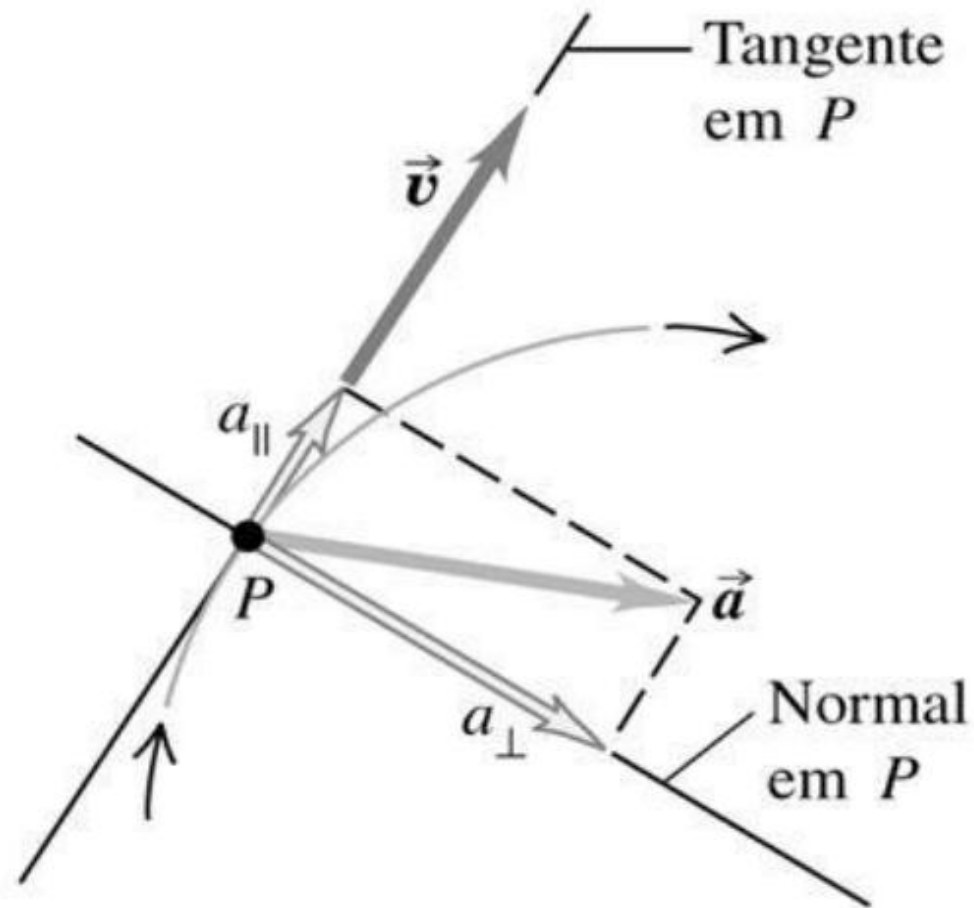


(c)

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

# Aceleração

## Componentes do vetor aceleração

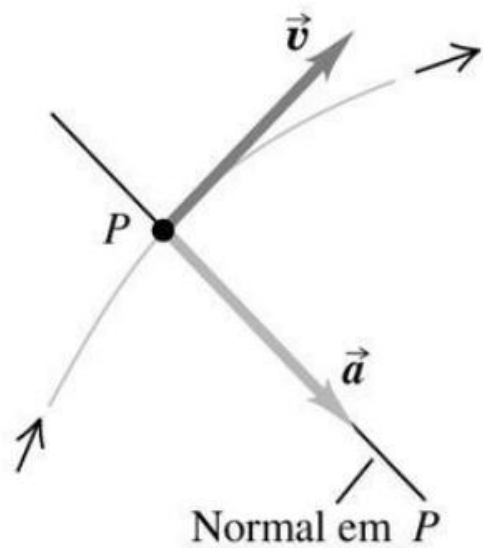


$a_{\parallel}$  → Componente da aceleração paralela ao vetor velocidade.

$a_{\perp}$  → Componente da aceleração perpendicular ao vetor velocidade.

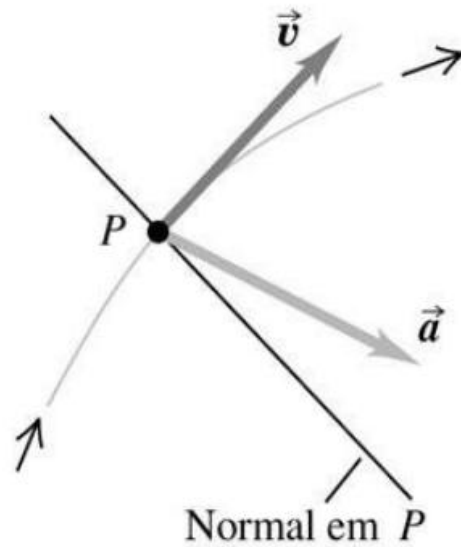


# Direção e sentido do vetor aceleração



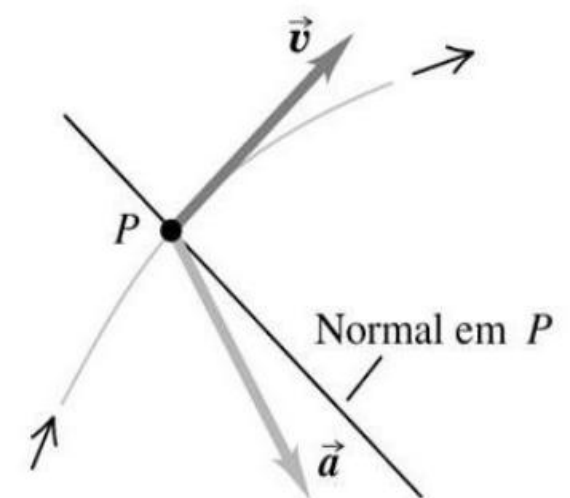
(a)

Velocidade escalar  
**constante**



(b)

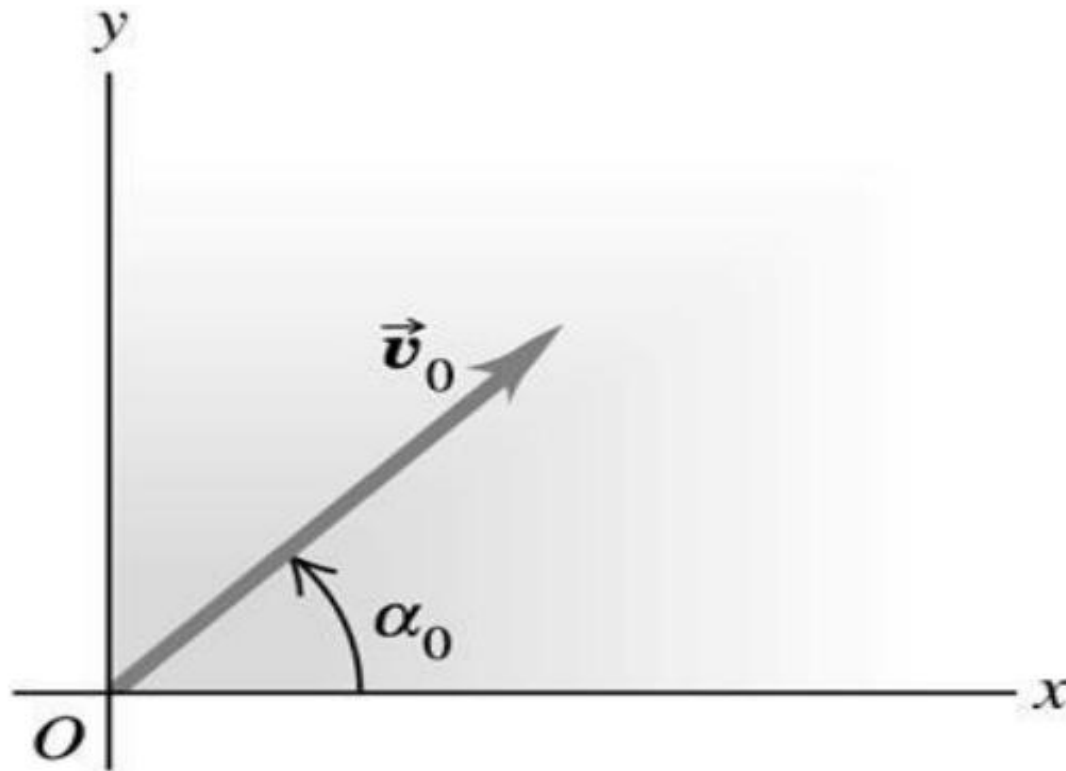
Velocidade escalar  
**crescente**



(c)

Velocidade escalar  
**decrecente**

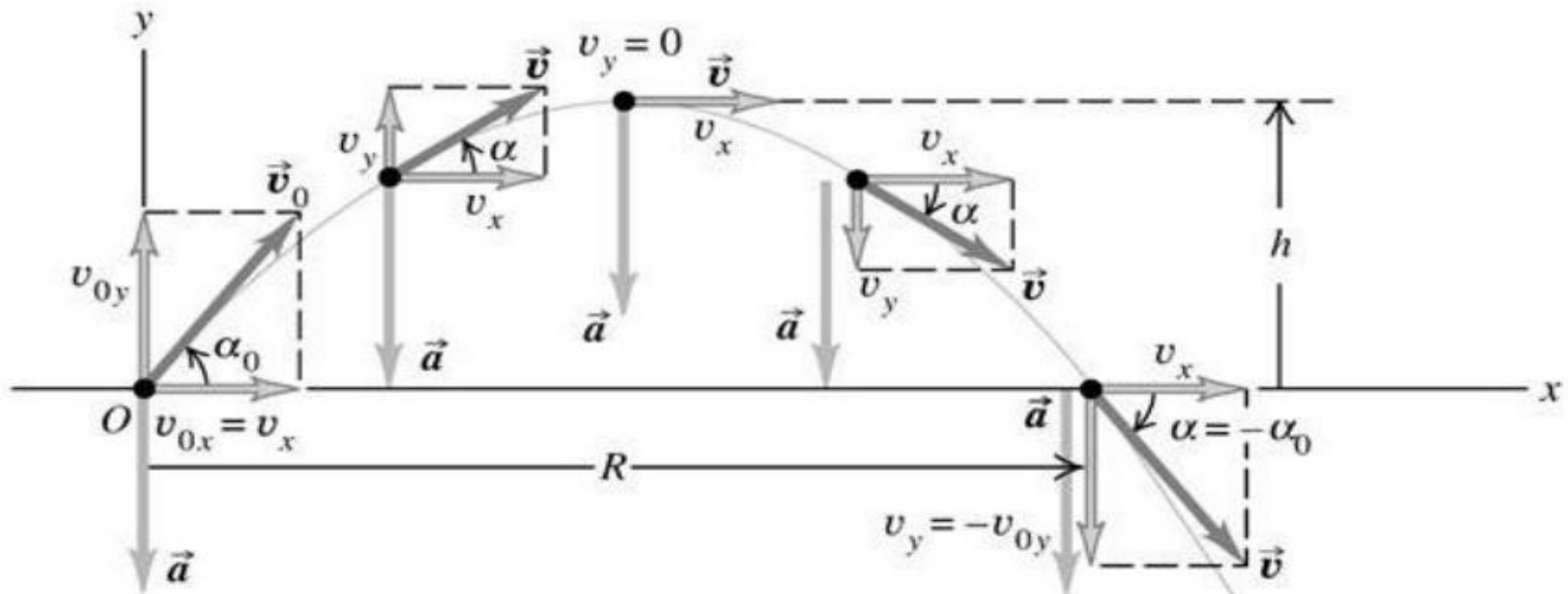
# Movimento de projéteis



$$\vec{a} = -g\hat{j}$$

- O lançamento de projétil resulta num movimento contido no **plano vertical**;
- Os movimentos em  $x$  e  $y$  são independentes (ortogonais);
- O movimento em  $x$  ocorre com **velocidade constante** ( $a_x = 0$ );
- O movimento em  $y$  ocorre com **aceleração constante** ( $a_y = -g$ ).

# Decomposição do movimento de um projétil

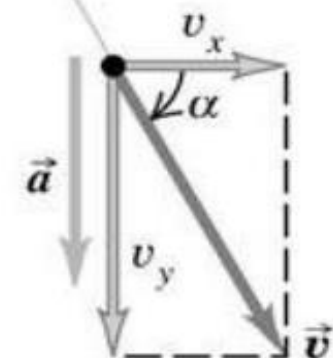


## Condições iniciais ( $t=0$ )

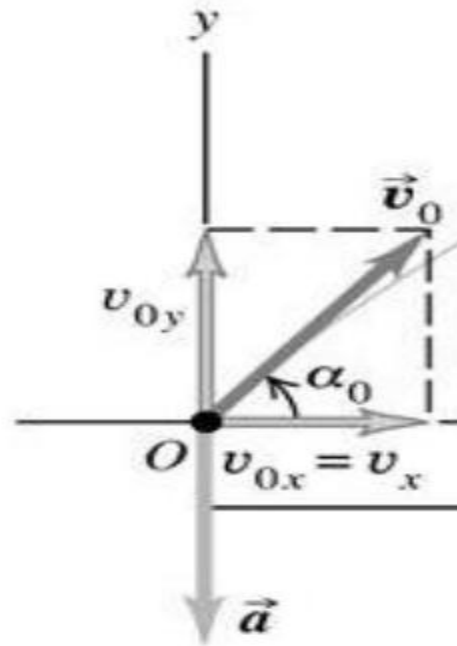
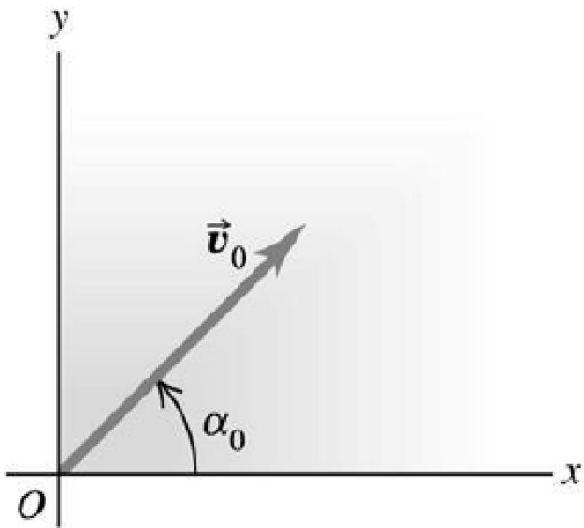
$x=0, y=0$  (origem)

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0$$



# Movimento de projéteis



$$x - x_0 = v_x t$$

$$y - y_0 = v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2$$

Trajetória

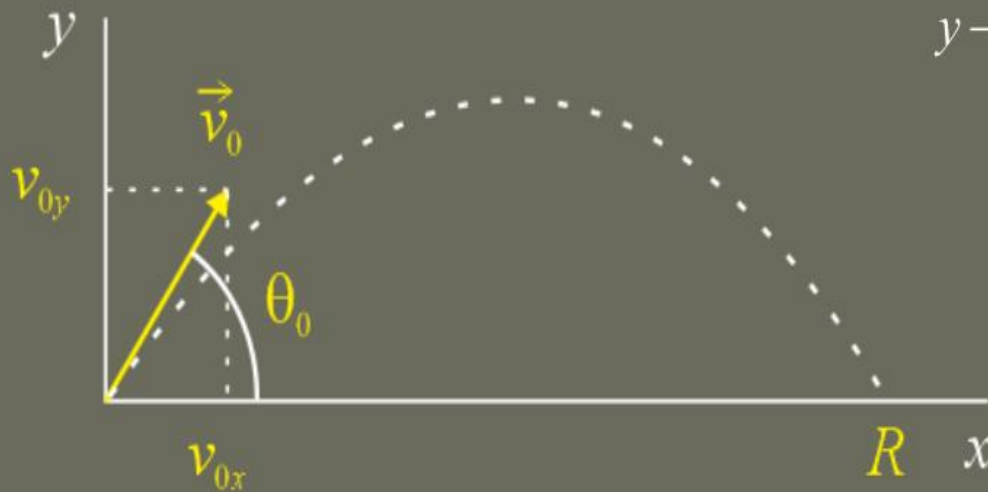
Movimento em x:  $x = (v_0 \cos \alpha_0) t$

Movimento em y:  $y = (v_0 \sin \alpha_0) t - \frac{1}{2} g t^2$

Equação de uma parábola

$$y = (\tan \alpha_0) x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2$$

# Alcance horizontal



$$x - x_0 = v_{0x}t$$

$$y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = R$$

$$x_0 = 0$$

$$y = 0$$

$$y_0 = 0$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta_0$$

Movimento em x:  $R = (v_0 \cos \theta_0)t$

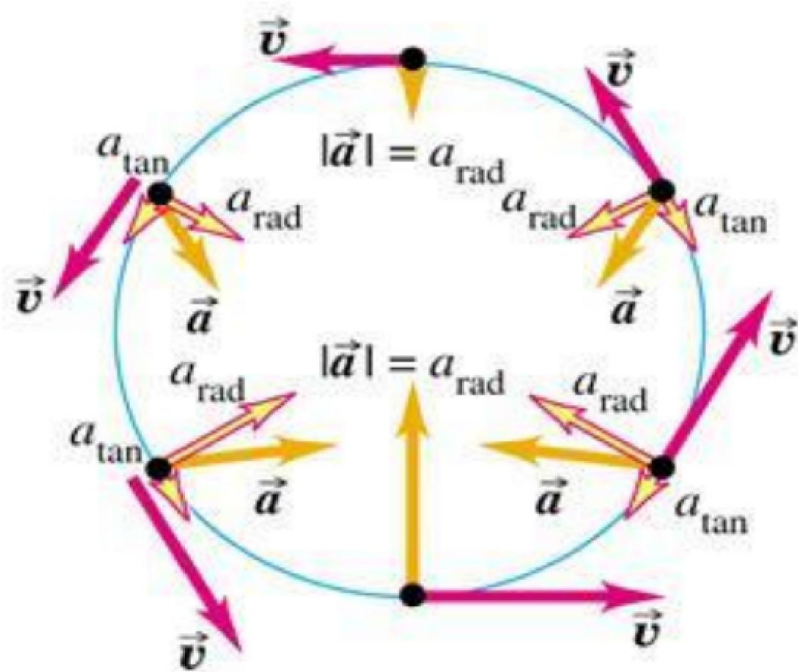
Movimento em y:  $0 = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$$

# Movimento circular

Velocidade escalar variável

Movimento circular variável (MCV)



Vetor velocidade:

$$\vec{v} = v\hat{u}_\phi$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Vetor aceleração:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv\hat{u}_\phi}{dt} = v\frac{d\hat{u}_\phi}{dt} + \hat{u}_\phi\frac{dv}{dt}$$

4- Calcular (a) a velocidade angular, (b) a velocidade linear, e (c) a aceleração centrípeta da Lua, considerando-se que a Lua leva 28 dias para fazer uma revolução completa, e que a distância da Terra à Lua é  $38,4 \times 10^4$  km.



**Período:**  $T = 28 \text{ dias} = 2,42 \times 10^6 \text{ s}$

a)  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2,6 \times 10^{-6} \text{ rad/s}$

b)  $v = \omega R = 998 \text{ m/s}$

c)  $a_r = \frac{v^2}{R} = 2,6 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$