Universidade Federal do Amazonas
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Física

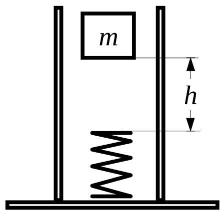
30/06/2004

Solução da 3ª Prova de Física I - Turma

Prof. Abraham Moysés Cohen

Observação: Quando necessário, considere para a aceleração da gravidade terrestre o valor $g = 10$ m/s^2.

QUESTÃO 1 (4,0) Um bloco de massa $m = 10$ kg é solto de uma altura h acima do topo de uma mola relaxada de constante elástica $k = 480$ N/m e de massa desprezível (veja figura). Determinar h para que a força máxima exercida sobre o bloco pela mola seja oito vezes o valor do peso do bloco.



Questão 1

▸ **Solução** A força exercida pela mola é dada pela lei de Hooke, e para o valor $F = 100$ N, a deformação deve ser

$$x = \frac{F}{k} = \frac{8 \times 10 \times 10}{480} = 1.67 \text{ m}$$

Para determinar a altura h de um bloco que produza esta deformação na mola, vamos usar a conservação da energia mecânica. Escolhendo o nível de referência na posição em que a mola encontra-se comprimida (posição final) do valor $x = 0.2$ m, temos

$$mg(h + x) = \frac{1}{2}kx^2$$

de onde se encontra

$$h = \frac{(kx - 2mg)\, kx}{2mgk} \Rightarrow h = \frac{F\,(F - 2mg)}{2mgk}$$

onde usamos a lei de Hooke, $F = kx$ para a força exercia pela mola sobre o bloco. Como $F = 8mg$, encontra-se

$$h = \frac{8mg\,(8mg - 2mg)}{2mgk} = \frac{24mg}{k}$$

Substituindo os valores, encontra-se

$$h = \frac{24 \times 10 \times 10}{480} = 5 \text{ m}$$

★ ★ ★

QUESTÃO 2 (3,0) Um bloco, inicialmente no ponto A sobre um plano inclinado de 20° com a horizontal $(\operatorname{sen} 20^{\circ} = 0,34)$, é arremessado para cima com velocidade inicial de 8 m/s. O bloco se desloca para cima até atingir o ponto B e, então, volta em direção ao ponto A. Sabendo-se que a distância entre os pontos A e B ao longo do plano vale $d = 7$ m, determinar: **(a)** O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano. **(b)** A velocidade do bloco quando retorna ao ponto A. (*Obs: Resolver este problema, usando o método de trabalho e energia*)

▸ **Solução** A magnitude da força de atrito, tanto na subida como na descida, é dada por

$$F_c = \mu_c N = \mu_c mg \cos\theta$$

Usando a conservação da energia total na forma $W_a = \Delta E$, onde

$$\Delta E = \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + mgd \operatorname{sen} 20^{\circ}\right) - \frac{1}{2}mv_{As}^2$$

Como $v_B = 0$ e $v_{As} = 8$ m/s

$$\Delta E = mgd \operatorname{sen} 20^{\circ} - \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow \Delta E = m\left(10 \times 7 \times 0.34 - \frac{1}{2} \times 8^2\right) = -8.2m.$$

Mas,

$$W_a = -F_c d$$

e sendo $d = 7$ m a distância que o bloco subiu então $\cos 20^{\circ} = \sqrt{1 - 0.34^2} = 0.94$

$$-\mu_c mg\cos\theta d = -8.2m \Rightarrow \mu_c = \frac{8.2}{10 \times 0.94 \times 7} = 0.12$$

Para calcular a velocidade com que o bloco retorna ao ponto A, vamos usar novamente a conservação da energia total, $W_a = \Delta E$, onde W_a é o mesmo que o anterior e ΔE é dado por

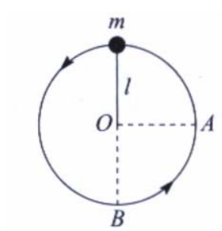
$$\Delta E = E_A - E_B \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2}mv_{Ad}^2 - mgd\,\mathrm{sen}\,20^{\mathrm{a}}$$

Logo,

$$\frac{1}{2}mv_{Ad}^2 - mgd\,\mathrm{sen}\,20^{\circ} = W_a \Rightarrow v_A = \sqrt{2 \times 10 \times 7 \times 0.34 - 2 \times 8.2} \Rightarrow v_{Ad} = 5.6 \text{ m/s}$$

★ ★ ★

QUESTÃO 3 (3,0) Uma bolinha amarrada a um fio de comprimento $l = 1$ m gira num plano vertical. (a) Qual deve ser a velocidade da bolinha no ponto mais baixo B (Fig.) para que ela descreva o círculo completo? (b) A velocidade satisfazendo a esta condição, veriflca-se que a tensão do fio quando a bolinha passa por B difere por $4,41$ N da tensão quando ela passa pela posição horizontal A. Qual é a massa da bolinha?



Questão 3

▸ **Solução** **(a)** Tomando o nível zero no ponto B, a conservação da energia mecânica fornece

$$mgz_l + \frac{1}{2}mv_l^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Da segunda lei de Newton, no ponto mais alto

$$mg + T_l = \frac{mv_l^2}{l}$$

O menor valor de v_B para que a bolinha descreva uma volta completa, deve ser aquele que torne $T_l = 0$ no ponto mais alto. Assim,

$$mg = \frac{mv_l^2}{l} \Rightarrow v_l = \sqrt{gl}$$

Assim, substituindo na conservação da energia,

$$2mgl + \frac{1}{2}mgl = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{5gl} \Rightarrow v_B = 7 \text{ m/s.}$$

(b) No ponto mais baixo B a tensão do fio vale

$$T_B - mg = \frac{mv_B^2}{l} \Rightarrow T_B = \frac{mv_B^2}{l} + mg = 5mg + mg = 6mg$$

A velocidade no ponto A , pode ser obtida pela conservação da energia energia mecânica.

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B \Rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 + gl = \frac{5}{2}gl \Rightarrow v_A = \sqrt{5gl - 2gl} = \sqrt{3gl}$$

Então, a tensão do fio no ponto A vale

$$T_A = \frac{mv_A^2}{l} = \frac{3mgl}{l} = 3mg$$

Sabendo-se que $T_B - T_A = 4,41,$ então

$$6mg - 3mg = 4,41 \Rightarrow 3mg = 4,41 \Rightarrow m = \frac{4,41}{3g}$$

ou seja,

$$m = \frac{4.41}{3 \times 9.8} \Rightarrow \blacktriangleright m = 0.15 \text{ kg}$$

ou seja, $m = 150$ g.

★ ★ ★