

APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

Livro-Texto: *Curso de Física Básica-Mecânica*, H. Moysés Nussenzveig (4ª. Edição, 2003)

Atenção Estas notas têm por finalidade auxiliá-lo no estudo dos assuntos tratados no livro-texto (*Física Básica-Mecânica* de H. Moysés Nussenzveig) e não devem ser usadas com o intuito de substituí-lo. A leitura do livro-texto é imprescindível!

■ Resumo do Capítulo

Aqui você tem uma visão geral do que será estudado neste capítulo.

Neste capítulo vamos discutir as aplicações das leis de Newton em diversas situações onde conhecemos as leis de força que representam as interações entre a partícula considerada e as demais partículas que estão a sua volta. Sabe-se que todas as forças conhecidas atualmente na natureza podem ser reduzidas a apenas quatro interações básicas ou fundamentais (*interações gravitacionais, interações eletromagnéticas, interações fortes e interações fracas*), sobre as quais apresentamos uma breve discussão. Como as duas últimas interações são relevantes apenas na região extremamente reduzida dos núcleos atômicos, então todas as forças envolvidas em nível macroscópico podem ser reduzidas às duas primeiras interações (*interações gravitacionais e interações eletromagnéticas*). Veremos, por exemplo, que forças como reação normal e força de atrito têm origens nas interações eletromagnéticas interatômicas. O restante do capítulo é dedicado a soluções de problemas envolvendo o movimento de partículas em diversas situações, discutindo-se as técnicas envolvidas nessas soluções.

■ Assunto: Aplicações das Leis de Newton

Aqui você fica sabendo quais os assuntos que serão tratados nas aulas sobre este capítulo.

Seção 5.1 As forças básicas da natureza

Seção 5.2 Forças derivadas

Seção 5.3 Exemplos de aplicação

Seção 5.4 Movimento de partículas carregadas em campos elétricos ou magnéticos uniformes

■ Objetivos Específicos

Ler apenas não basta: certifique-se sempre de que você está aprendendo. Resolva uma quantidade razoável de problemas do capítulo.

Ao término deste capítulo, verifique se você é capaz de:

- entender que os diferentes tipos de força encontrados na natureza podem ser reduzidos a apenas quatro interações básicas.
- entender as leis de força para as interações gravitacionais e eletromagnéticas, as únicas que aparecem em fenômenos na escala macroscópica.
- aprender as técnicas de solução de problemas envolvendo a 2ª lei de Newton nas variadas situações analisadas.
- entender, fazendo analogia com o campo gravitacional, como se pode produzir campos elétricos e magnéticos uniformes.
- entender como se dá o movimento de partículas carregadas em campos elétricos e magnéticos uniformes.

■ Guia de Estudo

Nesta seção, discutimos alguns assuntos apresentados no livro-texto, visando uma abordagem, sempre que possível, complementar.

Seção 5.1 As forças básicas da natureza

No capítulo anterior, ao introduzirmos o conceito de força, falamos de forças de atrito, força de reação normal, força-peso, forças das molas, força muscular etc. Em função disto, podemos pensar que existem muitos tipos de forças, o que não é verdade. Aprendemos também que todas as forças decorrem de interações entre diferentes objetos e, pelo que se sabe até agora, existem apenas quatro tipos de *interações fundamentais*, às quais todas as forças conhecidas podem ser reduzidas. São elas:

► **Interações gravitacionais.** É a mais fraca de todas as interações. É sempre atrativa e existe sempre entre qualquer par de objetos da natureza.

► **Interações eletromagnética.** É o tipo de interação responsável pelas forças elétricas e magnéticas, envolvendo cargas elétricas. Podem ser atrativas ou repulsivas, dependendo da natureza intrínseca das cargas.

► **Interações fortes.** É a que tem maior intensidade na natureza, sendo responsável pela estabilidade do núcleo atômico. Tem alcance muito curto [da ordem de 1F (Fermi) = 10^{-15} m]. É atrativa para distâncias $\geq 0,4\text{ F}$ e repulsiva para distâncias menores.

► **Interações fracas.** Da mesma forma que as interações fortes, as interações fracas atuam somente na escala nuclear. Seu alcance é ainda menor que o das interações fortes.

No livro-texto discute-se com algum detalhe cada uma dessas interações. Aqui vamos apresentar apenas os pontos mais importantes daquela discussão.

□ Interações gravitacionais

A Figura 5.1 mostra duas partículas 1 e 2, de massas m_1 e m_2 , respectivamente, interagindo via força gravitacional, onde \mathbf{r}_{12} é o vetor deslocamento relativo da partícula 2 em relação à partícula 1.

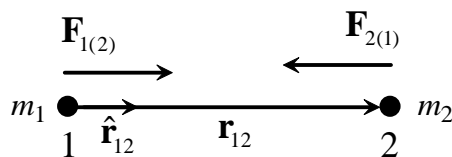


Figura 5.1 Interação gravitacional.

De acordo com a *lei de Newton da gravitação universal*, a força de interação gravitacional entre essas duas partículas é dada por

$$\mathbf{F}_{2(1)} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} = -\mathbf{F}_{1(2)}$$

onde $r_{12} = |\mathbf{r}_{12}|$ é a distância entre elas, e $\hat{\mathbf{r}}_{12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}$ é o vetor unitário na direção que vai de 1 para 2.

O que precisamos saber

- A força tem a direção da reta que passa pelas duas partículas e é atrativa, ou seja, a força $\mathbf{F}_{2(1)}$ exercida pela

partícula 1 sobre a partícula 2 está dirigida para a partícula 1 e, portanto, tem sentido oposto ao vetor unitário \hat{r}_{12} que vai de 1 para 2 (daí o sinal negativo).

- O módulo da força gravitacional entre duas partículas é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa. A constante de proporcionalidade G que aparece naquela equação é uma *constante universal* (ou seja, ela é a mesma para qualquer par de partículas), e seu valor, no SI, é

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2.$$

- O valor extremamente pequeno desta constante faz com que a interação gravitacional seja a mais fraca de todas as interações fundamentais conhecidas. Por exemplo, a força entre duas massas de 1 kg cada separadas por uma distância de 1 m é igual a $6,67 \times 10^{-11}$ N, equivalente ao peso de um corpo de massa igual a $6,67 \times 10^{-10}$ kg (bem menor do que a massa de um fio de cabelo $\sim 10^{-6}$ kg!)

□ Interações eletromagnéticas

■ **Cargas elétricas em repouso.** A lei de forças para as interações eletromagnéticas entre duas partículas carregadas, em repouso, com cargas elétricas q_1 e q_2 , e deslocamento relativo \mathbf{r}_{12} (Figura 5.2)

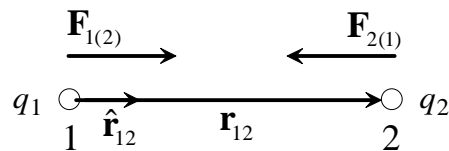


Figura 5.2 Lei de Coulomb.

é dada pela lei de Coulomb

$$\mathbf{F}_{2(1)} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} = -\mathbf{F}_{1(2)}$$

onde $\mathbf{F}_{2(1)}$ é a força exercida pela partícula 2 sobre a partícula 1.

O que precisamos saber

- A carga elétrica, ao contrário da massa, pode ser *positiva* ou *negativa*. A constante k é positiva, de modo que duas cargas de sinais contrários se atraem ($\oplus \rightarrow \leftarrow \ominus$ ou $\ominus \rightarrow \leftarrow \oplus$), ao passo que cargas de mesmo sinal se repelem ($\leftarrow \oplus \oplus \rightarrow$ ou $\leftarrow \ominus \ominus \rightarrow$).
- No SI, a unidade de carga elétrica é o Coulomb (C) e, neste sistema a constante k vale

$$k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

de maneira que o módulo da força elétrica entre duas cargas de 1 C separadas por uma distância de 1 m é de 9×10^9 N, que corresponde ao peso de um corpo de massa igual a 9×10^8 kg! (cf. com a força gravitacional entre duas massas de 1 kg cada).

- Qualquer carga elétrica q é um múltiplo inteiro da carga elétrica elementar, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C. O elétron tem carga $-e$, enquanto que o próton, $+e$. Assim, 1 C corresponde à carga total de $N \sim 10^{19}$ elétrons ou prótons ($N \times e = 1\text{C}$). Um corpo macroscópico (como um livro, uma caneta etc) contém um número de átomos da ordem



do número de Avogadro ($N_A \sim 10^{23}$), onde cada átomo, constituído pela mesma quantidade de elétrons e prótons, contém um número entre 1 a 10^2 dessas partículas. Assim, em média, um corpo tem uma carga total negativa de $1 - 10^2 \times 10^{23} \times 1,6 \times 10^{-19} \approx 10^4 - 10^6$ C (ou seja, de milhares de C). Mas, como ele também possui carga positiva em igual número, esta neutraliza aquela, de forma que os efeitos da lei de Coulomb (Eq. (5.1.3)) não se fazem sentir neste caso.

■ **Cargas elétricas em movimento.** Vimos que quando as partículas carregadas estão em repouso, as interações entre elas são descritas pela força elétrica dada pela lei de Coulomb (Eq. (5.5.3)); mas, quando estas partículas estão em movimento, a experiência mostra que a força entre elas depende também da velocidade v da partícula, e a lei de Coulomb não é inteiramente válida para descrever essas interações. De acordo com os resultados experimentais, além da força elétrica, uma parte da força que atua entre as partículas é a *força magnética*. Por existirem forças tanto elétricas como magnéticas entre duas cargas em movimento, conhecida como *força de Lorentz*, a interação entre elas é chamada *eletromagnética*. As forças eletromagnéticas, que são bastante complicadas, em geral não obedecem à 3ª Lei de Newton, ou seja, $\mathbf{F}_{1(2)} \neq -\mathbf{F}_{2(1)}$.

□ **Interações fortes**

★ Leia esta seção no livro-texto (pág. 84).

□ **Interações fortes**

★ Leia esta seção no livro-texto (pág. 84).

Seção 5.2 Forças derivadas

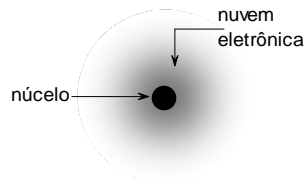
A possibilidade de agrupar todas as forças da natureza em apenas quatro tipos fundamentais de interação foi um grande avanço para a ciência. Em particular, esta classificação permite concluir que, no nível macroscópico, todas as forças que atuam numa partícula são derivadas das interações eletromagnéticas ou gravitacionais. De fato, como as interações fortes e fracas, devido a seu curto alcance, só desempenham um papel importante na escala nuclear, apenas aquelas duas interações fundamentais são relevantes para o caso macroscópico.

A seguir, vamos discutir a origem de algumas forças estudadas no capítulo anterior, sob o ponto de vista destas duas interações fundamentais.

□ **Forças interatômicas**

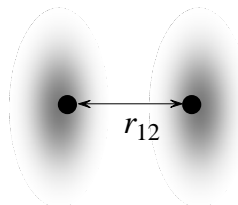
★ **Leia com atenção esta seção no livro-texto. Aqui vamos destacar apenas os pontos mais importantes.**

- ▶ A estrutura dos átomos e as forças interatômicas dependem apenas das da interação eletromagnética, combinada com os princípios da mecânica quântica.
- ▶ As forças interatômicas existem mesmo entre dois átomos ou moléculas neutras. A razão é que as cargas elétricas positivas (núcleo) e negativas (nuvem de elétrons) de um átomo não estão concentradas no mesmo ponto: existe uma *distribuição de cargas* (figura abaixo).



(a) Esquema de um átomo isolado.

- ▶ Quando aproximamos mutuamente dois átomos neutros, essas distribuições de cargas se modificam devido às interações eletromagnéticas entre elas, dando origem às forças entre eles (figura abaixo).



(b) Dois átomos próximos um do outro, mostrando esquematicamente a mudança da distribuição de cargas, que dá origem às forças entre eles.

- ▶ Experimentalmente, verifica-se que a força entre dois átomos, em função da distância r_{12} que os separa, tem o aspecto mostrado esquematicamente na Figura 5.3.

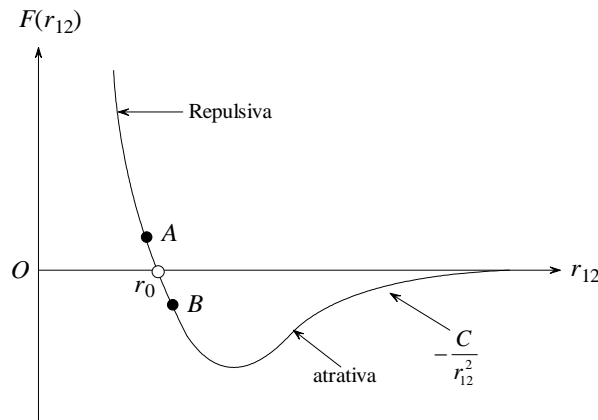


Figura 5.3 Força entre dois átomos em função da distância entre eles.

- ▶ Esta figura mostra que as forças interatômicas podem ser atrativas (forças negativas) ou repulsivas (forças positivas), conforme a distância r_{12} entre os átomos seja maior ou menor do que r_0 , respectivamente, onde r_0 é a distância para a qual a força entre os átomos se anula (distância de equilíbrio). Assim, ao tentarmos aproximar os dois átomos para distâncias menores do que r_0 , ou seja, $r_{12} < r_0$ (ponto B na figura) haverá uma força de repulsão entre eles representada pela porção do gráfico acima do eixo r_{12} ; quando afastamos para $r_{12} > r_0$ (ponto A na figura), aparecerá uma força de atração entre eles, representada pela porção do gráfico abaixo do eixo r_{12} . Em todos os casos, existe sempre uma tendência dos átomos em voltar para a posição de equilíbrio $r_{12} = r_0$.

- ▶ Quando os pontos A e B estiverem suficientemente próximos de r_0 , o trecho AB da curva pode ser substituído por um segmento de reta, e, neste caso, a força entre dois átomos é proporcional à deformação (deslocamento em relação à posição de equilíbrio). Este princípio é conhecido como *lei de Hooke*.

Lei de Hooke

Esta última propriedade das forças entre dois átomos, torna o comportamento deste sistema muito parecido com o de uma *mola* na vizinhança da posição de equilíbrio: *quando comprimido ou distendido, aparece uma força restauradora, proporcional ao deslocamento, tendendo trazê-lo de volta para a posição de equilíbrio*.

Na Figura 5.4, x representa o deslocamento a partir da posição de equilíbrio da mola, mostrada em (b). Em (a), temos $x < 0$ (compressão) e em (c), $x > 0$ (distensão).

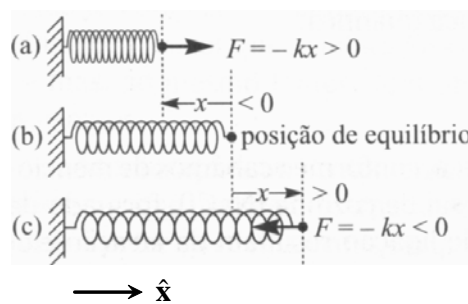


Figura 5.4 Lei de Hooke.

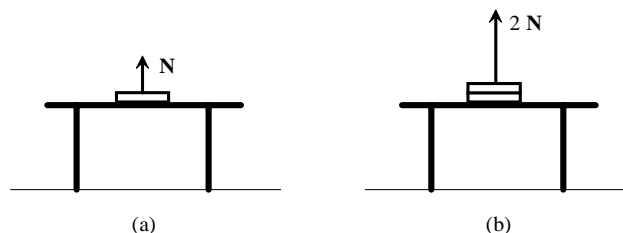
Seja \hat{x} um vetor unitário ao longo de Ox , mostrado na figura. Assim, se representarmos a força por $\mathbf{F} = F \hat{x}$, temos $F > 0$ (força “repulsiva”) em (a) e $F < 0$ (força “atractiva”) em (c). Para x suficientemente pequeno, verifica-se experimentalmente que vale a *lei de Hooke*

$$\mathbf{F} = -kx \hat{x}$$

onde k é uma constante característica da mola conhecida como *constante da mola*. O sinal negativo exprime o fato de que a força \mathbf{F} tem sempre sentido contrário ao do deslocamento x (força restauradora).

Reação normal de contato

A força de reação normal é uma força que aparece quando um corpo sólido é colocado sobre a superfície de outro, como por exemplo um livro sobre uma mesa, impedindo que o livro “atravesse” a mesa. Se, ao invés de um livro, empilharmos sobre a mesa dois livros idênticos ao primeiro, a reação normal neste caso será o dobro da anterior, ou seja, $2N$ (cf. figura abaixo). É um fato experimental que, em dadas circunstâncias, a reação normal ajusta automaticamente sua magnitude para equilibrar o corpo sólido ao longo da direção perpendicular à superfície.



Mas, qual é o mecanismo responsável por esse “ajuste” da força?

A resposta está nas forças interatômicas discutidas anteriormente. Quando não atua nenhuma força sobre um corpo sólido, podemos dizer que em média seus átomos ocupam suas posições de equilíbrio, nas quais as forças estão balanceadas. Mas, quando colocamos, por exemplo, um corpo sólido sobre uma superfície horizontal, a força-peso do corpo atua sobre essa superfície, produzindo, em nível microscópico, deslocamentos dos átomos de suas posições de equilíbrio, dando origem às forças interatômicas (essas forças aparecem para tentar impedir que os átomos se afastem de suas posições de equilíbrio). Em nível macroscópico, essas forças se manifestam na forma da reação normal para equilibrar a força aplicada perpendicularmente à superfície. Dependendo da magnitude desta força e do material da superfície, a deformação pode ser perceptível mesmo em nível macroscópico (por exemplo, uma tábua apoiada nas duas extremidades, sustentando um bloco no centro). Porém, quando as forças aplicadas perpendicularmente à superfície têm magnitudes relativamente grandes, as deformações interatômicas podem exceder um certo limite, causando uma deformação permanente ou mesmo a ruptura do material da superfície.

□ Forças de atrito

★ **Leia com atenção esta seção no livro-texto. Aqui vamos destacar apenas os pontos mais importantes.**

Vimos no capítulo anterior que as forças de atrito, no contato de dois corpos, são forças *tangenciais* à superfície de contato. Os resultados a seguir são aproximações não muito precisas de um fenômeno muito complicado e são obtidos empiricamente:

■ **Atrito estático.** Considere a Figura 5.5:

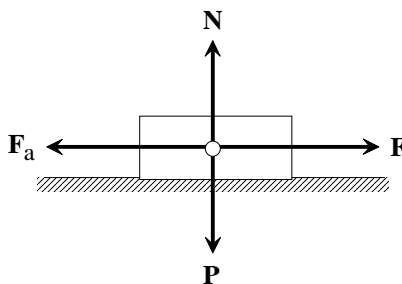


Figura 5.5 Força de atrito.

- A experiência mostra que, aumentando gradualmente $|\mathbf{F}|$, a partir de zero, o corpo só entra em movimento quando $|\mathbf{F}|$ atingir um valor crítico, que chamaremos de F_e .
- A figura mostra que as forças que atuam sobre o corpo enquanto ele permanece em equilíbrio são: a força-peso \mathbf{P} do bloco e a reação normal de contato do plano \mathbf{N} (verticalmente); e a força \mathbf{F} e a força de atrito \mathbf{F}_a (horizontalmente).
- Da condição de equilíbrio, temos que:

$$\text{Vertical} \quad \blacktriangleright \quad |\mathbf{N}| = |\mathbf{P}|$$

$$\text{Horizontal} \quad \blacktriangleright \quad \mathbf{F} = -\mathbf{F}_a \text{ para } |\mathbf{F}| < F_e$$

Note que, enquanto $|\mathbf{F}| < F_e$, a força de atrito se ajusta automaticamente para equilibrar o corpo.

As “leis do atrito” estático são:

(a) A força de atrito máxima F_e , para a qual o bloco começa a se mover, é proporcional ao módulo da força normal de contato $|\mathbf{N}|$ entre as duas superfícies:

$$|\mathbf{F}_a|_{\text{máx}} = F_e = \mu_e |\mathbf{N}|$$

(b) O coeficiente de proporcionalidade μ_e que se chama *coeficiente de atrito estático*, depende da natureza das duas superfícies em contato.

(c) A força F_e é independente da área de contato (ver Figura 5.6).

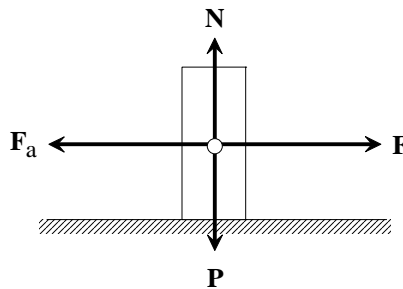


Figura 5.6 A independência da área de contato.

■ **Atrito cinético.** Uma vez atingido o valor F_e e depois que o bloco começa a deslizar, verifica-se geralmente uma diminuição na força de atrito, o que permite equilibrá-la com uma força de magnitude menor:

$$|\mathbf{F}| = F_c = \mu_c |\mathbf{N}|, \quad \mu_c < \mu_e,$$

mantendo o bloco em movimento retilíneo uniforme ($\mathbf{F} + \mathbf{F}_a = 0 \therefore \mathbf{a} = 0$) ao longo do plano horizontal. O coeficiente μ_c chama-se *coeficiente de atrito cinético*.

- Geralmente μ_e e μ_c são menores que 1.
- Verifica-se experimentalmente que μ_c é aproximadamente *independente da velocidade instantânea* de escorregamento (desde que ela não atinja valores muito elevados). Assim, se $|\mathbf{F}|$ continua crescendo a partir de F_e , $|\mathbf{F}_a|$ permanece aproximadamente constante no valor F_c (Figura 5.7).

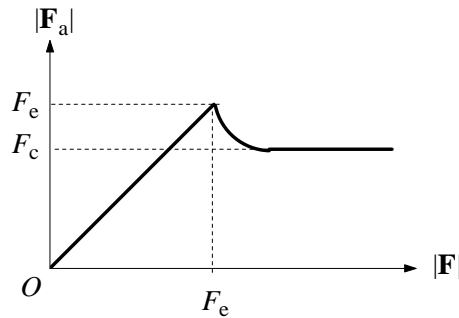


Figura 5.7 Variação da magnitude da força de atrito com a força aplicada.

Ilustração de alguns resultados acima usando um plano inclinado

Muitos dos resultados acima podem ser ilustrados, colocando o bloco sobre um plano inclinado de inclinação variável, feito do material cujo atrito com o material do bloco se quer estudar (por exemplo, uma prancha que se ergue gradualmente). Considere as Figuras (a) e (b) abaixo:

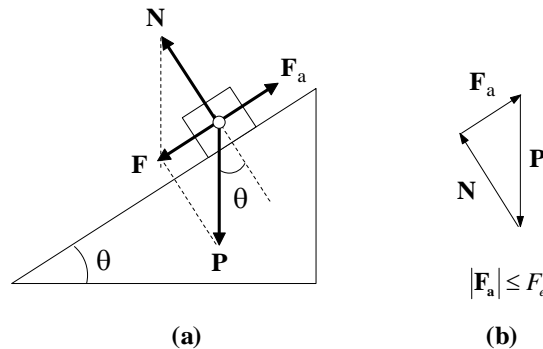


Ilustração dos resultados com um plano inclinado de inclinação variável

- Na Figura (a) representa-se um bloco sobre um plano inclinado que faz um ângulo θ com a horizontal.
- As forças que atuam no bloco são: a força-peso (\mathbf{P}), a reação normal de contato (\mathbf{N}) e a força de atrito (\mathbf{F}_a). A força \mathbf{F} , que corresponde à força aplicada na Eq. (4.5.8), é a projeção de \mathbf{P} na direção tangencial ao plano.
- Da figura (a), temos:

$$(1) \quad |\mathbf{N}| = mg \cos \theta \quad \blacktriangleright \quad (2) \quad \Rightarrow \quad \frac{|\mathbf{F}|}{|\mathbf{N}|} = \operatorname{tg} \theta \quad \blacktriangleright \quad (3) \quad |\mathbf{F}| = \operatorname{tg} \theta |\mathbf{N}|$$

$$(2) \quad |\mathbf{F}| = mg \operatorname{sen} \theta \quad \blacktriangleright \quad (1)$$

- Experimentalmente, verifica-se que o bloco começa a se movimentar quando θ atinge um certo valor crítico θ_e . Então, para $\theta \leq \theta_e$, que corresponde a $|\mathbf{F}_a| \leq F_e$ as três forças que atuam sobre o bloco ainda estão em equilíbrio, ou seja, $\mathbf{P} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_a = 0$, como mostra a Figura (b).
- Para $\theta = \theta_e$, $|\mathbf{F}| = |\mathbf{F}_a|_{\text{máx}} = F_e$ e a (3) pode ser escrita como:

$$(4) \quad F_e = \operatorname{tg} \theta_e N.$$

- Comparando (4) com a lei do atrito estático, $F_e = \mu_e N$, encontra-se que $\mu_e = \text{tg} \theta_e$, o que fornece um procedimento para medir o coeficiente de atrito estático.

Seção 5.3 Exemplos de aplicação

Nesta seção serão discutidos alguns exemplos de aplicação das leis de Newton.

Exemplo 1 Bloco colocado sobre um plano com atrito e puxado por uma corda de massa desprezível, com uma força \mathbf{F} inclinada de um ângulo θ em relação ao plano, suposto horizontal (Figura 5.9). Seja μ_c o coeficiente de atrito estático e P o peso do bloco. (a) Para que valor de $F \equiv |\mathbf{F}|$ o bloco começará a escorregar? (b) Qual o valor da reação normal?

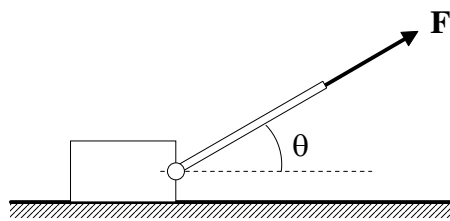


Figura 5.9 Bloco sobre plano com atrito.

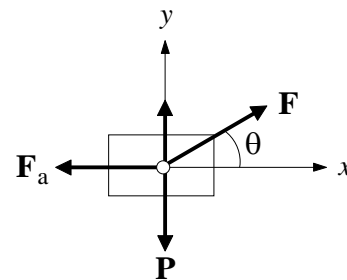


Figura 5.10 Forças sobre o bloco.

Método para resolver problemas deste tipo (1) A primeira coisa que se deve fazer para resolver problemas que envolvem vários corpos é isolar esses corpos, ou seja, representá-los separadamente com todas as forças que atuam sobre cada um. Em muitos casos, só precisamos isolar o(s) corpo(s) em que estamos interessados. Em particular, neste problema que envolve bloco, superfície e corda, estamos interessados no que acontece com o bloco e, por isso, é suficiente isolar apenas ele. (2) O passo seguinte é escolher um sistema de coordenadas conveniente e aplicar a 2ª lei de Newton às resultantes das forças, R_i , em cada direção dos eixos coordenados.

Solução Como a corda tem massa desprezível, ela simplesmente transmite ao bloco a força \mathbf{F} . Na Figura 5.10 isolamos o bloco com todas as forças que atuam sobre ele. Neste caso, o sistema de coordenadas mais conveniente é o cartesiano, com o eixo Ox na horizontal e Oy na vertical.

Direção	Força resultante	2ª Lei de Newton ($R_i = ma_i$)	Comentários
Oy	$R_y = N + F \text{sen} \theta - P$	(1) $N + F \text{sen} \theta - P = 0$	► O bloco está em equilíbrio nesta direção ($a_y = 0$)
Ox	$R_x = F \text{cos} \theta - F_a$	(2) $F \text{cos} \theta - \mathbf{F}_a _{\text{máx}} = 0$	► Condição para que o bloco comece a se mover ($a_x = 0$).

De (1) obtém-se

$$N = P - F \text{sen} \theta$$

Como $N > 0$ (ou seja, a normal tem que está dirigida para cima, na direção do eixo Oy) a força F não pode ser excessivamente grande. De fato, da condição $N > 0$ encontra-se

$$P - F \text{sen} \theta > 0 \Rightarrow F \text{sen} \theta < P.$$

(Se $F \text{sen} \theta > P$, a força \mathbf{F} arranca o bloco do plano, erguendo-o acima dele). Na (2), aparece a força de atrito, com a

condição de que o bloco comece a deslizar. Neste caso, como sabemos, $|\mathbf{F}_a|_{máx} = F_e = \mu_e N$ e, portanto,

$$F_e = \mu_e (P - F \text{sen} \theta)$$

onde substituímos o valor da reação normal obtida de (1). Assim, da (2) obtém-se

$$F \cos \theta - |\mathbf{F}_a|_{máx} = 0 \Rightarrow F \cos \theta - \mu_e (P - F \text{sen} \theta) = 0$$

de onde podemos tirar o valor de F :

$$(\cos \theta + \mu_e \text{sen} \theta) F = \mu_e P \Rightarrow F = \frac{\mu_e P}{\cos \theta + \mu_e \text{sen} \theta}$$

que é o valor procurado em (a). Substituindo esta força, na expressão da normal, encontra-se

$$N = P - F \text{sen} \theta \Rightarrow N = P - \left(\frac{\mu_e P}{\cos \theta + \mu_e \text{sen} \theta} \right) \text{sen} \theta = P \left(1 - \frac{\mu_e \text{sen} \theta}{\cos \theta + \mu_e \text{sen} \theta} \right)$$

ou seja,

$$N = \frac{P \cos \theta}{\cos \theta + \mu_e \text{sen} \theta}$$

que é o valor da normal pedido em (b). Substituindo coeficiente de atrito estático, μ_e , na expressão de F pela sua expressão $\mu_e = \text{tg} \theta_e$ em função do ângulo θ_e , obtemos

$$F = \frac{\mu_e P}{\cos \theta + \mu_e \text{sen} \theta} \Rightarrow F = \frac{\frac{\text{sen} \theta_e P}{\cos \theta_e}}{\cos \theta + \frac{\text{sen} \theta_e}{\cos \theta_e} \text{sen} \theta} = \frac{\text{sen} \theta_e P}{\cos \theta \cos \theta_e + \text{sen} \theta \text{sen} \theta_e}$$

ou seja,

$$F = \frac{P \text{sen} \theta_e}{\cos(\theta - \theta_e)}$$

onde usamos a bem conhecida identidade trigonométrica: $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \text{sen} a \text{sen} b$. Esta última expressão para F mostra que a magnitude da força necessária para que o bloco comece a se mover é mínima quando ela é aplicada segundo o ângulo $\theta = \theta_e$ (para este valor de θ , $\cos(\theta - \theta_e) = 1$, ou seja, o denominador é máximo, logo a razão tem seu menor valor.)

Exemplo 2 Dois blocos de massas m_A e m_B ligados por um fio AB de massa desprezível são puxados por uma força horizontal \mathbf{F} (Figura 5.11). Supondo que os dois blocos se movem com a mesma aceleração a ao longo de um plano horizontal, calcular a aceleração dos blocos.

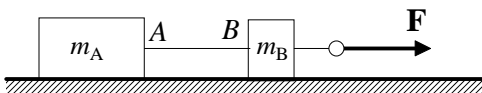


Figura 5.11 Par de blocos.

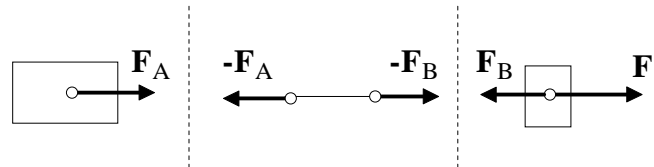


Figura 5.12 Forças sobre cada elemento.

Solução Na Figura 5.12, isolamos cada elemento do sistema e, devido às condições do problema, basta considerarmos as forças horizontais (direção Ox). Assim:

Parte do sistema	Força resultante	2ª L.ei de Newton ($\mathbf{R} = m\mathbf{a}$)	Comentários
• Bloco A	$\mathbf{R}^{(A)} = \mathbf{F}_A$	(1) $\mathbf{F}_A = m_A \mathbf{a}$	–
• Corda	$\mathbf{R}^{(C)} = F_B - F_A$	(2) $\mathbf{F}_B - \mathbf{F}_A = 0$	► Massa nula
• Bloco B	$\mathbf{R}^{(B)} = F - F_B$	(3) $\mathbf{F} - \mathbf{F}_B = m_B \mathbf{a}$	–

O comprimento constante do fio, impondo a mesma aceleração a todo o sistema é um exemplo de vínculo. De (1) e (2), $\mathbf{F}_B = \mathbf{F}_A = m_A \mathbf{a}$, e substituindo em (3), encontra-se

$$\mathbf{F} - m_A \mathbf{a} = m_B \mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m_A + m_B}$$

o que exprime o fato de que os dois blocos ligados respondem à força \mathbf{F} como um único bloco de massa $m_A + m_B$ (aditividade das massas).

Observação: Este resultado poderia ter sido obtido, “isolando-se” desde logo o sistema total formado pelos dois blocos e o fio, e aplicando a 2ª lei, o que ilustra o fato de que podemos “isolar” diferentes partes de um mesmo sistema de forma que julgarmos mais conveniente.

■ **Polias** Muitas vezes estamos interessados na mudança de direção de uma força sem que se mude seu módulo. Isto pode ser feito por um elemento do sistema que se chama polia. No caso ideal, considera-se que a polia, de raio R e capaz de girar sem atrito em torno de um eixo que passa pelo seu centro O , tenha massa desprezível (Figura 5.13). Neste caso, pode-se mostrar que, se \mathbf{T} e \mathbf{T}' são as forças aplicadas aos dois lados do fio que passa pela polia (Figura 5.13 (a)), devemos ter

$$T = |\mathbf{T}| = |\mathbf{T}'|$$

onde T é o que se chama a tensão do fio. Ao mesmo tempo, para que a polia permaneça em equilíbrio, a resultante das forças a ela aplicada deve anular-se, ou seja, o suporte OO' da polia deve exercer sobre ela uma força igual a $-(\mathbf{T} + \mathbf{T}')$ (Figura 5.13 (b)).

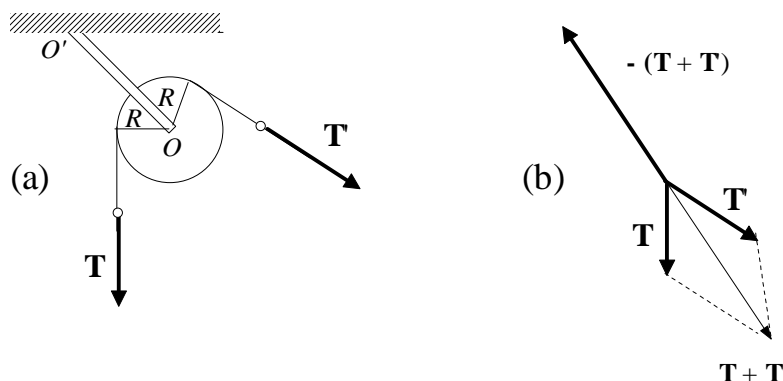
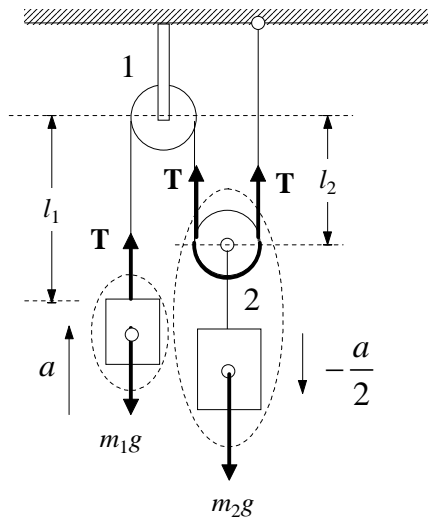


Figura 5.13 Polia.

Exemplo 3 Considere duas massas m_1 e m_2 suspensas por um sistema de duas polias e de fios, todos de massa desprezível, da forma indicada na Figura 5.14. Qual é o movimento do sistema?


Figura 5.14 Sistema de polias.

Solução Este sistema possui partes fixas e partes móveis e, em primeiro lugar, é conveniente identificá-las. Na figura, as partes móveis são destacadas por linhas pontilhadas circundantes: a massa m_1 e o conjunto formado pela massa m_2 presa à polia 2, que se movem solidariamente. O fio que passa pela polia 2 está submetido a uma tensão T , que também é transmitida pelo fio à massa m_1 através da polia 1. As forças são todas verticais:

Parte do sistema	Força resultante	2ª Lei de Newton ($R = ma$)	Comentários
• Massa m_1	$R^{(m_1)} = T - m_1g$	(1) $T - m_1g = m_1a_1$	► Veja análise
• Massa m_2	$R^{(m_2)} = 2T - m_2g$	(2) $2T - m_2g = m_2a_2$	► Veja análise

► **Análise do movimento.** Supondo que a massa m_1 esteja subindo com aceleração $a_1 = a$, qual deve ser a aceleração a_2 da massa m_2 ? Como vimos, as massas m_1 e m_2 , juntamente com a polia 2, constituem as partes móveis do sistema que se movem solidariamente. Com ajuda da figura, vemos que, quando a massa m_1 sobe, m_2 desce, e vice-versa. Logo, as acelerações das duas massas têm sentidos opostos: $a_1 > 0 \Rightarrow a_2 < 0$ (ou $a_1 < 0 \Rightarrow a_2 > 0$). Mas, como estão relacionadas as magnitudes dessas acelerações, a_1 e a_2 ? Para isto vamos analisar a condição (ou vínculo) imposta pelo problema: sendo o fio inextensível, seu comprimento deve permanecer constante. Em particular, podemos escrever a relação:

$$l_1 + 2l_2 = l'_1 + 2l'_2 = \text{constante}$$

que significa que qualquer variação que ocorra com l_1 deve ser compensada por l_2 de maneira que o valor desta relação seja sempre o mesmo (constante). Então, vamos considerar que l_1 tenha variado de Δl_1 , ou seja, $l'_1 = l_1 + \Delta l_1$. Devido a relação acima, l_2 também deve sofrer uma variação, Δl_2 , para compensar Δl_1 . Seja $l'_2 = l_2 + \Delta l_2$. Assim,

$$\begin{aligned} l_1 + 2l_2 &= (l_1 + \Delta l_1) + 2(l_2 + \Delta l_2) \\ \Delta l_1 + 2\Delta l_2 &= 0 \\ \Delta l_2 &= -\frac{1}{2}\Delta l_1 \end{aligned}$$

ou seja, para compensar a variação de l_1 , l_2 deve variar em sentido contrário a metade do que varia l_1 . Assim, se m_1 sobe de uma certa distância, m_2 desce de metade dessa distância. Esta relação implica que $a_2 = -\frac{1}{2}a_1$.

- **Demonstração** Para demonstrarmos que $a_2 = -\frac{1}{2}a_1$ vamos calcular as acelerações das massas m_1 e m_2 pelos métodos que aprendemos no Capítulo 2. Como l_1 e l_2 representam as posições de m_1 e m_2 em relação à polia fixa 1 num instante t qualquer, dividindo ambos os membros de $\Delta l_2 = -\frac{1}{2}\Delta l_1$ por Δt , e tomando o limite quando $\Delta t \rightarrow 0$, encontra-se a relação entre as velocidades instantâneas das duas massas em relação àquela polia:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta l_2}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta l_1}{\Delta t} \Rightarrow v_2(t) = -\frac{1}{2}v_1(t),$$

Derivando novamente em relação ao tempo, encontra-se a relação para as acelerações:

$$a_2 = -\frac{1}{2}a_1$$

Para $a_1 = a$, encontra-se

$$a_2 = -\frac{1}{2}a$$

que é a relação procurada. □

Assim, da equação (1), mostrada na tabela, podemos isolar T , ou seja,

$$T - m_1g = m_1a \Rightarrow T = m_1(a + g)$$

e substituir em (2) para encontrar a aceleração a :

$$2T - m_2g = m_2a_2 \Rightarrow 2[m_1(a + g)] - m_2g = -\frac{1}{2}m_2a \Rightarrow a = \frac{2(m_2 - 2m_1)g}{4m_1 + m_2}$$

Com este valor para a , podemos agora calcular o valor de T

$$T = m_1(a + g) \Rightarrow T = m_1\left(\frac{2(m_2 - 2m_1)g}{4m_1 + m_2} + g\right) \Rightarrow T = \frac{3m_1m_2}{4m_1 + m_2}g$$

- **Caso de equilíbrio** O equilíbrio é o caso particular para o qual $a = 0$. Logo, fazendo $a = 0$ na equação $a = \frac{2(m_2 - 2m_1)g}{4m_1 + m_2}$ encontra-se

$$\frac{2(m_2 - 2m_1)g}{4m_1 + m_2} = 0 \Rightarrow P_1 = \frac{1}{2}P_2$$

onde P_1 e P_2 são as forças-pesos dos blocos. O que esta relação nos diz é que, para equilibrar um peso $P_2 = m_2g$ precisamos apenas de uma força ou peso $P_1 = m_1g$ igual à metade de P_2 , proporcionando o que chamamos “vantagem mecânica”.

Exemplo 4: Pêndulo cônico É um sistema formado por uma partícula de massa m , suspensa por um fio de comprimento l preso a um ponto fixo O' . A massa m gira em movimento circular uniforme em torno da vertical OO' descrevendo uma circunferência de raio r , de maneira que o fio descreve a superfície de um cone de ângulo de

abertura θ , com $\text{sen } \theta = \frac{r}{l}$ (Figura 5.15-LT).

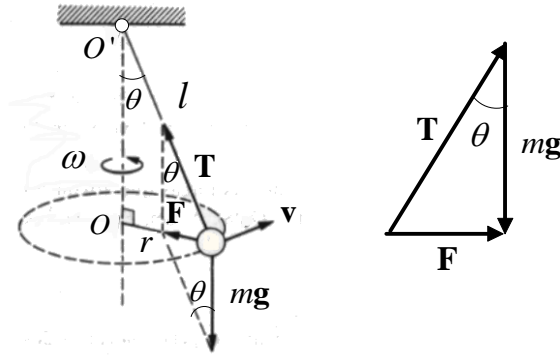


Figura 5.15 Pêndulo cônico.

Solução Seja ω a velocidade angular do movimento circular uniforme. As forças que atuam sobre a partícula são a força peso mg e a tensão \mathbf{T} do fio. A resultante destas duas forças, $\mathbf{F} = mg + \mathbf{T}$, tem de corresponder à força centrípeta, ou seja, tem de estar dirigida para o centro O do círculo. Assim, de acordo com a 2ª lei de Newton,

$$F = ma_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

Da figura, obtém-se

$$\text{tg } \theta = \frac{F}{mg} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

O raio da órbita circular está relacionado com o ângulo de abertura θ e o comprimento do fio pela relação

$$\text{sen } \theta = \frac{r}{l} \Rightarrow r = l \text{sen } \theta.$$

► **Período τ** Assim,

$$\omega = \sqrt{\frac{g \text{tg } \theta}{r}} = \sqrt{\frac{g \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta}}{l \text{sen } \theta}} = \sqrt{\frac{g}{l \text{cos } \theta}}$$

O período do movimento circular, τ , é dado por

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l \text{cos } \theta}{g}}$$

que o relaciona com o comprimento do fio e o ângulo de abertura θ . Por exemplo, para $l = 1\text{m}$ e $\theta = 45^\circ$ ($\text{cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$), encontra-se

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{1 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{9,8}} \approx 1,7 \text{ s.}$$

► **Tensão no fio** A tensão T do fio pode ser calculada a partir do ângulo de abertura (ver figura):

$$\text{cos } \theta = \frac{mg}{T} \Rightarrow T = \frac{mg}{\text{cos } \theta}$$

Da relação de ω , podemos escrever

$$\cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l}$$

mostrando que o $\cos \theta$ diminui (aumenta) à medida que a velocidade angular de rotação aumenta (diminui). Para valores $0 \leq \theta \leq 180^\circ$, isto corresponde a dizer que θ aumenta (diminui) à medida que a velocidade angular de rotação aumenta (diminui).

- **Regulador de Watt** Este princípio [que relaciona o aumento (diminuição) de θ com o aumento (diminuição) da velocidade angular] é usado no regulador de Watt (Figura 5.16-LT), que consiste em dois pêndulos cônicos, em que as bolas presas aos dois braços articulados se afastam do eixo à medida que ω aumenta ou se aproximam, à medida que ω diminui. Numa máquina a vapor, este dispositivo é acoplado a uma válvula de escapamento de vapor e tem como finalidade controlar o fluxo deste e, conseqüentemente, a velocidade da máquina. Assim, quando ω ultrapassa um certo limite pré-fixado, o regulador fecha a válvula de saída de vapor fazendo com que ω diminua para em seguida abri-la, quando ω ficar abaixo deste limite.

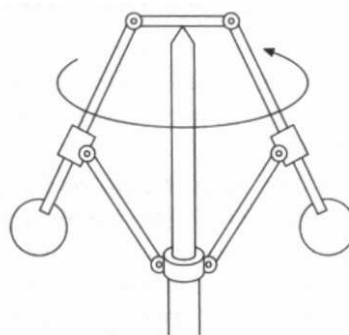
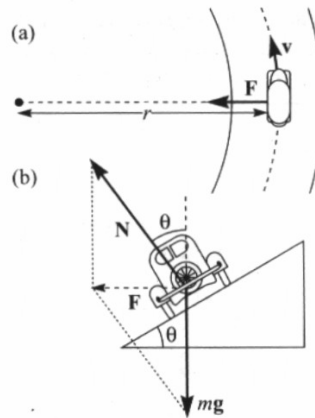


Figura 5.16 Regulador de Watt

- Exemplo 5: Superelevação das curvas numa estrada** Quando um carro, com velocidade v , faz uma curva circular numa estrada a resultante \mathbf{F} das forças que atuam sobre ele deve ter a direção radial dirigida para o centro da curva (força centrípeta mostrada na parte (a) da Figura 4.16-LT). Se a curva for horizontal, esta força deve ser provida pela força de atrito entre os pneus e a estrada. Porém, a Figura 5.16 (b) mostra como é vantajoso superelevar a estrada, criando um desnível angular θ entre suas margens externa e interna de tal forma que \mathbf{F} seja a componente horizontal da reação normal da estrada. Ignorando a força de atrito por enquanto, a força resultante \mathbf{F} pode ser escrita como a soma vetorial das duas forças que atuam sobre o carro:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{g} + \mathbf{N}$$

onde $m\mathbf{g}$ é a força-peso e \mathbf{N} é a reação normal da estrada (ver Figura 4.16-LT)


Figura 4.16 Superelevação.

Escrevendo as componentes horizontal e vertical da 2ª lei de Newton e, levando em conta que $F = mv^2/r$, encontra-se

$$\text{Componente horizontal} \quad \blacktriangleright \quad F \equiv N \text{sen} \theta = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow N \text{sen} \theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$\text{Componente vertical} \quad \blacktriangleright \quad N \text{cos} \theta - mg = 0 \Rightarrow N \text{cos} \theta = mg$$

Dividindo membro a membro essas equações, tem-se

$$\frac{N \text{sen} \theta}{N \text{cos} \theta} = \frac{\frac{mv^2}{r}}{mg} \Rightarrow \text{tg} \theta = \frac{v^2}{rg}$$

ou seja

$$v = v_c = \sqrt{rg \text{tg} \theta}$$

o que dá a velocidade ideal em que a curva deve ser descrita para um dado desnível θ , sem que haja necessidade de atrito para manter o carro em sua trajetória circular. Se o carro fizer a curva com uma velocidade maior do que v_c , a força centrípeta adicional para que ele permaneça numa circunferência de raio r só pode provir do atrito entre os pneus e a estrada. Se for excedido o limite da força de atrito, o carro tenderá a derrapar na direção radial.

Seção 5.4 Movimento de partículas carregadas em campos elétricos e magnéticos uniformes

A importância desta seção é mostrar a diversidade das aplicações da 2ª lei de Newton para as diferentes leis de força introduzidas no início deste capítulo e, em particular, para as forças eletromagnéticas. O movimento de partículas carregadas sob a ação destas forças tem uma série de aplicações importantes em eletrônica, aceleradores de partículas etc. Nas disciplinas Física III e Eletromagnetismo I e II, v. vai estudar com detalhes os conceitos e as leis básicas que permitem determinar essas forças em diferentes situações. Aqui estamos interessados apenas no caso mais simples dessas forças, que corresponde ao que chamamos de *campos uniformes*.

□ **Campo elétrico uniforme** Quando estudamos a força-peso, vimos que esta força com que a Terra atrai todos os corpos nas suas proximidades é dada por $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$, onde m é a massa da partícula de interesse. Esta relação constitui um caso particular da força de atração gravitacional mostrada na Eq. (5.1.1). A força por unidade de massa da

partícula tem o valor

$$\frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{m\mathbf{g}}{m} = \mathbf{g}$$

constante no tempo e é o mesmo (em módulo, direção e sentido) em qualquer ponto da região do espaço considerada. Dizemos então que se tem nessa região um *campo gravitacional uniforme*.

De um modo análogo, quando consideramos um par de placas metálicas paralelas ligadas respectivamente aos terminais positivo e negativo de uma bateria (Figura 5.18-LT), uma partícula carregada de carga elétrica q situada na região entre as placas fica sujeita a uma força elétrica

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = qE \hat{\mathbf{x}}$$

onde $\hat{\mathbf{x}}$ tem a direção perpendicular às placas e E é aproximadamente constante (na região entre as placas). A força por unidade de carga elétrica, isto é,

$$\frac{\mathbf{F}}{q} = \mathbf{E}$$

chama-se *campo elétrico*. Ao nos referir a *campo elétrico uniforme* na região entre as placas queremos dizer que o vetor campo elétrico \mathbf{E} é constante nessa região.

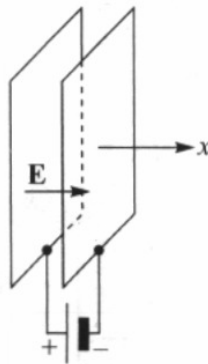


Figura 5.18 Campo elétrico uniforme.

□ **Campo magnético uniforme** Um campo magnético uniforme pode ser obtido entre os pólos de um eletroímã, que é um dispositivo feito de ferro com diferentes formas geométricas, chamado núcleo, sobre o qual enrolam-se várias voltas de fio esmaltado, cujas extremidades são ligadas aos pólos de uma bateria, sendo então percorrido por uma corrente elétrica. Este sistema é capaz de produzir um campo magnético $\mathbf{B} = B \hat{\mathbf{z}}$, onde B é aproximadamente constante entre os pólos do eletroímã (Figura 5.19).

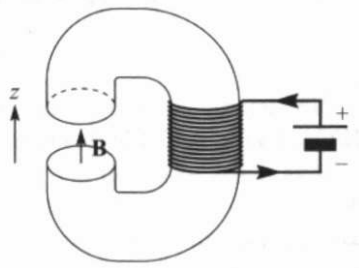


Figura 5.19 Campo magnético uniforme.

As Figura 5.20-LT (a) e (b) mostram a força magnética (que é a parte magnética da força de Lorentz) atuando sobre uma partícula carregada em movimento num campo magnético. Em ambas, o campo magnético \mathbf{B} é perpendicular ao plano do papel; em (a) \mathbf{B} aponta para cima (saindo do papel) indicado com pontos; em (b), para baixo (entrando no papel) indicado com $\times \times \times$. Aqui vamos considerar apenas o caso mais simples de uma carga q que se move com velocidade \mathbf{v} perpendicular ao campo \mathbf{B} . Pode-se mostrar que a força \mathbf{F} é perpendicular tanto a \mathbf{v} como a \mathbf{B} , de forma que está no plano do papel. As figuras (a) e (b) mostram a orientação de \mathbf{F} para $q > 0$; para $q < 0$, \mathbf{F} se inverte. A magnitude $F = |\mathbf{F}|$ é dada, no SI, por

$$F = |q| v B$$

de forma que é a mesma em qualquer ponto da região onde o campo é uniforme.

Unidade de campo magnético No SI, a unidade de B é o campo que atua com força de 1 N sobre uma carga de 1 C, movendo-se a 1 m/s (com $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$). Esta unidade é chamada 1 weber/m². Também se usa frequentemente 1 gauss = 10⁻⁴ weber/m². O campo magnético da Terra é da ordem de 0,5 gauss.

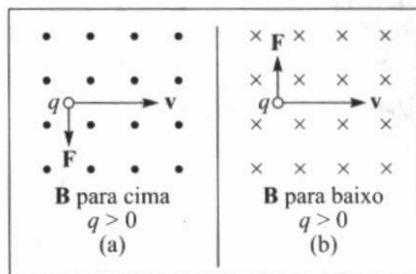


Figura 5.20 Força de Lorentz.

(a) Movimento em campos elétricos uniformes

Vamos considerar dois casos: (1) a partícula carregada se move na mesma direção do campo elétrico uniforme \mathbf{E} e (2) na direção transversal a \mathbf{E} .

(1) Movimento na direção do campo \mathbf{E}

Como a força elétrica sobre a partícula carregada com carga elétrica q é dada por $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$, aplicando a 2ª lei de Newton a esta partícula, vemos que (desprezando a força gravitacional) a aceleração adquirida pela partícula é dada por

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{q\mathbf{E}}{m}$$

ou seja, \mathbf{a} é constante na região dada e o movimento é uniformemente acelerado. Consideramos inicialmente a partícula situada entre um par de placas separadas por uma distância d (Figura 5.21), que parte do repouso ($v_0 = 0$), na vizinhança de uma das placas ($x = 0$ na figura). De acordo com o que já estudamos, a partícula mover-se-á na direção x com movimento uniformemente acelerado atingindo a outra placa com velocidade v dada por:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow v^2 = 2 \frac{q}{m} Ed$$

Diferença de potencial O produto Ed corresponde ao que se chama a *diferença de potencial V entre as placas*, ou seja,

$$V = Ed \Rightarrow E = \frac{V}{d}$$

No SI, V é medido em volts (V) de forma que a unidade de campo elétrico é $1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$. Assim,

$$v = \sqrt{2 \frac{q}{m} V}$$

Diz-se que a carga foi “acelerada através de uma diferença de potencial V ”.

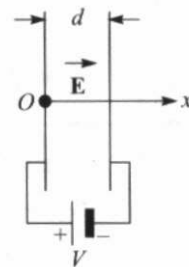


Figura 5.21 Movimento num campo elétrico

(2) Movimento na direção transversal ao campo \mathbf{E}

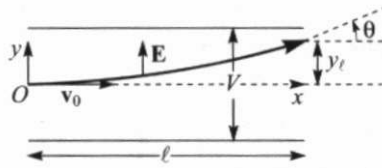
Vamos considerar agora o caso em que a partícula penetre a região entre as duas placas numa direção perpendicular ao campo elétrico uniforme \mathbf{E} , com velocidade inicial v_0 . Vamos adotar o sistema de eixo da Figura 5.22, onde a aceleração (constante) tem a direção y e, portanto, temos uma trajetória parabólica (cf. Seq. 3.6). Este caso é análogo ao do lançamento de projéteis estudado no Capítulo 3. Assim, com $v_{0x} = v_0$ e $v_{0y} = 0$, temos

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E t^2 = \frac{qV}{2md} t^2$$

Se l é o comprimento das placas, a deflexão sofrida y_l ao atingir a outra extremidade obtém-se tomando $t = \frac{l}{v_0}$

$$y_l = \frac{qV}{2md} \frac{l^2}{v_0^2}$$


Figura 5.22 Trajetória parabólica

A trajetória das partículas carregadas emerge da região entre as placas formando um ângulo θ com a horizontal (ângulo de deflexão), que é também a direção da velocidade v_l da partícula para $x = l$. Assim,

$$\left. \begin{aligned} v_{ly} = at = \frac{qE}{m} \frac{l}{v_0} = \frac{qVl}{mdv_0} \\ v_{lx} = v_0 \end{aligned} \right\} \text{tg} \theta = \frac{v_{ly}}{v_{lx}} = \frac{\frac{qVl}{mdv_0}}{v_0} \Rightarrow \text{tg} \theta = \frac{qVl}{mdv_0^2}$$

Deflexão de elétrons num tubo de raios catódicos

As partes essenciais de um tubo de raios catódicos (por exemplo, um tubo de imagem) estão esquematizadas na Figura 5.23: *filamento* (F), *placas aceleradoras* (AA), *placas defletoras* (DD) e *anteparo fluorescente*. Dentro do tubo é feito alto vácuo. O feixe de elétrons é emitido pelo filamento aquecido F (*efeito termiônico*, descoberto por Edison em 1883), e acelerado pela diferença de potencial V_0 entre as placas aceleradoras AA, adquirindo assim uma velocidade na direção de x de magnitude dada por

$$v_0 = \sqrt{2 \frac{e}{m} V_0}$$

onde e e m são a carga e massa do elétron.

O feixe continua com velocidade v_0 na região livre de campo entre AA e as placas defletoras DD. As placas defletoras têm comprimento l e espaçamento d , com uma diferença de potencial V entre elas de forma que podemos aplicar (5.4.9-LT) e (5.4.10-LT), ou seja,

$$y_l = \frac{eV}{2md} \frac{l^2}{v_0^2} = \frac{eV}{2md} \frac{l^2}{2 \frac{e}{m} V_0} = \frac{Vl^2}{4dV_0}$$

$$\text{tg} \theta = \frac{eVl}{mdv_0^2} = \frac{eVl}{md(2 \frac{e}{m} V_0)} = \frac{Vl}{2dV_0}$$

Após emergir da região entre as placas DD, o feixe atravessa outra região livre de campo, descrevendo uma trajetória retilínea até produzir uma mancha luminosa P no anteparo fluorescente, a uma distância L das placas DD. A deflexão adicional Δ na vertical correspondente ao caminho L é (ver figura):

$$\Delta = L \text{tg} \theta = L \frac{Vl}{2dV_0}$$

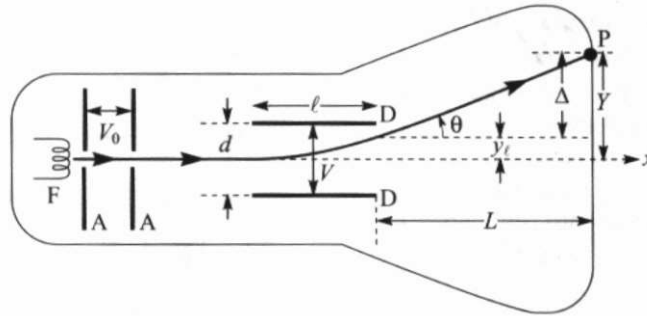


Figura 5.23 Deflexão eletrônica num tubo de

A deflexão vertical total é $Y = y_l + \Delta$, ou seja,

$$Y = \frac{Vl^2}{4dV_0} + L \frac{Vl}{2dV_0} = \frac{lV}{2dV_0} \left(L + \frac{l}{2} \right).$$

Geralmente tem-se $L \gg l$, de modo que podemos desprezar $l/2$ na expressão entre parênteses:

$$Y \simeq \frac{lVL}{2dV_0}$$

Note que a deflexão é diretamente proporcional à diferença de potencial defletora V e inversamente proporcional à diferença de potencial aceleradora V_0 . Por outro lado, é a mesma para elétrons ou qualquer outra partícula carregada, uma vez que a carga e a massa não entram na expressão final de Y .

(b) Movimento em campos magnéticos uniformes

De acordo com a discussão anterior, uma partícula de carga q e massa m movendo num campo magnético uniforme \mathbf{B} com velocidade \mathbf{v} perpendicular ao campo está sujeita a uma força (de Lorentz) cujo módulo é dado por

$$F = qvB$$

onde tomamos $q > 0$. Para esta situação, a força está no plano perpendicular a \mathbf{B} que passa pela carga e é perpendicular a \mathbf{v} . Como \mathbf{v} é tangente à trajetória, \mathbf{F} é puramente normal à trajetória em qualquer ponto da mesma (Figura 5.24). Pela 2ª lei de Newton, esta partícula está sujeita a uma aceleração na mesma direção da força (aceleração centrípeta), cujo módulo vale

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qvB}{m}$$

Conforme vimos na Seções 3.7 e 3.8, a ausência de aceleração tangencial é característica de movimento circular uniforme de raio r , onde

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{qvB}{m}$$

o que dá para r o valor

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}$$

onde $p = |\mathbf{p}|$ é o módulo do vetor momento linear da partícula.

► **Propriedade** Logo, nestas condições, a partícula descreve um círculo de raio r proporcional ao momento da partícula e inversamente proporcional à sua carga e ao campo B .

► **Aplicação desta propriedade** Devido esta propriedade do movimento circular descrito por uma partícula carregada num campo magnético, os físicos experimentais utilizam-na para medir o momento (ou velocidade) da partícula. Tudo que precisam é fotografar o “rastros” deixado pela partícula carregada ao atravessar um líquido superaquecido, mantido sob pressão para evitar a ebulição (“câmara de bolha”), onde a simples medida de r permite determinar o momento correspondente.

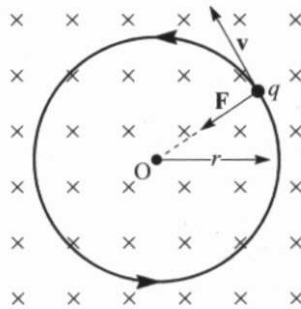


Figura 5.24 Trajetória circular num campo magnético.

Velocidade angular A velocidade angular do movimento circular pode também ser calculada a partir da relação $v = \omega r$, ou seja,

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{v}{\frac{mv}{qB}} = \frac{q}{m}B$$

Frequência de ciclotron Esta velocidade ou frequência angular, que só depende da razão entre a carga e a massa da partícula, q/m , e do campo B , é chamada de *frequência de ciclotron* da partícula no campo B . Note que ela é independente do raio da órbita: à medida que v aumente, r vai aumentando na mesma proporção, de forma a manter $\omega = \frac{v}{r}$ constante.

Ciclotron

Uma das dificuldades de acelerar partícula usando diretamente uma diferença de potencial é a necessidade de se dispor de grandes distâncias num laboratório a serem percorridas pela partícula para atingirem uma velocidade desejada, uma vez que sua aceleração depende da diferença de potencial $V = Ed$, onde d é a distância a ser percorrida. Esta dificuldade pode ser superada usando-se aceleradores de partículas que funcionem ciclicamente, como é o caso do *ciclotron*.

Para seu funcionamento, o ciclotron baseia-se na constância da velocidade ω quando r varia, observada no movimento de uma partícula carregada num campo magnético uniforme. A Figura 5.25 mostra a câmara de aceleração do ciclotron, que é um cilindro metálico oco achatado dividido ao meio, formando duas peças em forma de “D”. O campo \mathbf{B} é aplicado perpendicularmente às bases, que ficam entre os pólos de um eletroímã. No centro F há uma fonte de íons positivos (prótons ou dêuterons) que vão ser acelerado. Os dois D’s são ligados a um oscilador que produz entre eles uma voltagem alternada de frequência angular ω , ajustada de forma a acelerar um íon positivo

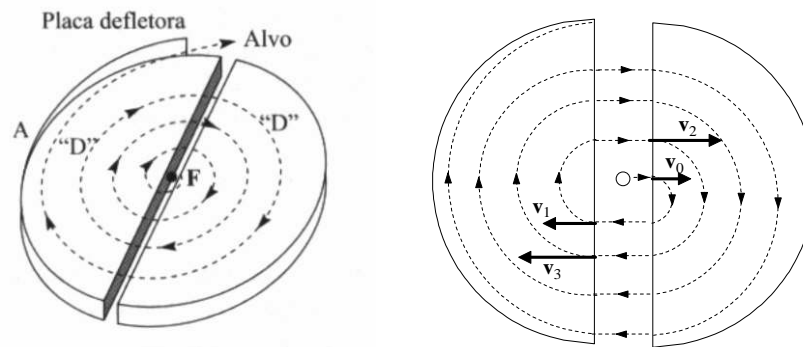


Figura 5.25 Cíclotron.

► **Funcionamento** Sob a ação de \mathbf{B} , o íon descreverá um semicírculo de raio r proporcional à velocidade com que penetrou no D, levando para isto um tempo $\frac{T}{2}$, onde $T = \frac{2\pi}{\omega}$ é o período do movimento circular. Como a voltagem alternada tem exatamente o mesmo período, quando o íon concluir a trajetória semicircular, ela se terá invertido de forma que fará o íon sofrer uma nova aceleração ao atravessar em sentido contrário o intervalo entre os D's, aumentando sua velocidade e, conseqüentemente, o raio de sua órbita. Uma vez atingida a velocidade desejada, o íon sai pela abertura A e é desviado por uma placa defletora em direção ao alvo.

★ *Leia o restante desta seção.*